

教育部八十七學年度高級中學
數學競賽決賽筆試試題(二)

編號: _____

注意事項:

1. 本試卷共三題計算證明題, 每題35分.
2. 考試時間: 2小時.
3. 計算紙必須連同答案卷交回.
4. 不可使用計算器.
5. 請將答案寫在答案卷內.

問題四. 在 $\triangle ABC$ 中, D 為 \overline{AB} 的中點, E 在 \overline{BC} 邊上, 且 $\overline{CE} = \frac{1}{3}\overline{BC}$. 若 $\angle ADC = \angle BAE$, 試求 $\sin \angle BAC$ 之值.

問題五. 設 a, b, c 都是正數, 試證:

$$\frac{a}{b+c} + \frac{4b}{c+a} + \frac{9c}{a+b} > 4.$$

問題六. 試求滿足下列聯立方程組的所有實數解 $(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6)$:

$$\begin{cases} (x_3 + x_4 + x_5 + x_6)^5 = 4x_1 + 4 \\ (x_4 + x_5 + x_6 + x_1)^5 = 4x_2 - 4 \\ (x_5 + x_6 + x_1 + x_2)^5 = 4x_3 + 4 \\ (x_6 + x_1 + x_2 + x_3)^5 = 4x_4 - 4 \\ (x_1 + x_2 + x_3 + x_4)^5 = 4x_5 + 4 \\ (x_2 + x_3 + x_4 + x_5)^5 = 4x_6 - 4 \end{cases}$$