

八十六學年度全國高中數學科能力競賽決賽

競試二試題

1. 設 k 為正整數，如果對所有滿足 $ab = kc, b < 0$ 的實數 a, b, c 都使得方程式 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 有三相異實根，試問 k 的可能值為何？

2. 設 x, y, z 為實數，請證明

$$\sqrt{x^2 + y^2 - xy} + \sqrt{x^2 + z^2 - xz} \geq \sqrt{y^2 + z^2 + yz}$$

並找出等號成立的充分必要條件

3. 如下圖：兩個邊長一樣的正方形相交於 $A_1, A_2, \dots, A_7, A_8$ 等八個點，請證明

$$\overline{A_1A_2} + \overline{A_3A_4} + \overline{A_5A_6} + \overline{A_7A_8} = \overline{A_2A_3} + \overline{A_4A_5} + \overline{A_6A_7} + \overline{A_8A_1}$$

