

八十六學年度高級中學數學競賽決賽

□ 試試題

1. 在一個每邊 n 格正方形棋盤內填入一些整數，使得相鄰的兩個方格內的數字差頂多是 2，請問依此規則，棋盤內最多可填入幾個不同的整數？

2. 已知事實：任給四個可以圍成四邊形的 4 個線段，設其長分別為 a, b, c, d ，可以證明僅當此四邊形有外接圓時，面積最大，且面積是

$$\sqrt{(s-a)(s-b)(s-c)(s-d)}, \text{ 其中 } S = \frac{a+b+c+d}{2}.$$

任給可以圍成五邊形的 5 個線段，設其長分別為 a, b, c, d, e

(a) 試問當此 5 個線段圍出最大面積時，此時的五邊形是否有外接圓？

(b) 證明此 5 個線段圍出的最大面積不會有形如 $\sqrt{f(a, b, c, d, e)}$ 的公式，其中 $f(a, b, c, d, e)$ 是 a, b, c, d, e 的有理係數多項式。