

教育部 104 學年度高級中學數學能力競賽決賽

【筆試一】第一題

設 a, b, c 為正數且滿足 $abc = 1$ 。試求 $\frac{(a+b+c)(a^2+b^2+c^2)}{a^4+b^4+c^4}$ 的最大值。

【筆試一】第二題

設數列 $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$ 定義如下： $a_1 = 5$ 、 $a_2 = 5$ ，且對每個正整數 n ，恆有 $a_{n+1} = \frac{a_n + a_{n+2}}{98}$ 。

試證：對每一個正整數 n ， $\frac{a_n + 1}{6}$ 都是完全平方數。

【筆試一】第三題

設點 O 是銳角三角形 ABC 的內心，圓 $O(t)$ 是以 O 為圓心、正數 t 為半徑的圓，以 O 為端點分別作三邊 \overline{BC} 、 \overline{CA} 、 \overline{AB} 的垂直射線。若三垂直射線與圓 $O(t)$ 分別交於點 D 、 E 、 F ，試證：直線 AD 、 BE 與 CF 共點。

