

103 學年度普通型高級中等學校數學及自然學科能力競賽
數學科能力競賽決賽

筆試試題 (一)

編號：_____ (學生自填)

注意事項：

- (1) 時間：2 小時 (13:30~15:30)
- (2) 配分：每題皆為 7 分
- (3) 不可使用計算器
- (4) 請將答案依序寫在答案卷內

一、設 a, b, c 都是正數，且 $a + b + c = 3$ 。試證：

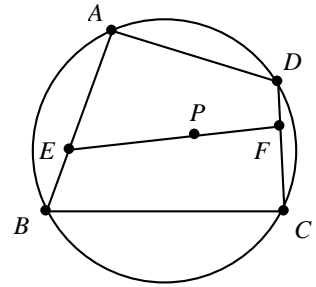
$$(3 - 2a)(3 - 2b)(3 - 2c) \leq a^2 b^2 c^2。$$

二、設 $ABCD$ 是一圓內接四邊形，點 E 與點 F 分別在 \overline{AB} 與 \overline{CD} 上，且滿足

$$\frac{\overline{AE}}{\overline{EB}} = \frac{\overline{CF}}{\overline{FD}}。$$

試證：若點 P 在 \overline{EF} 上，且滿足

$$\frac{\overline{PE}}{\overline{PF}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{CD}}，$$



則 $\triangle APD$ 與 $\triangle BPC$ 的面積比和 E, F 在所屬線段上的位置無關。

三、將 3466 表示成 n 個正整數的四次方之和： $3466 = a_1^4 + a_2^4 + \cdots + a_n^4$ ，其中 $1 \leq a_1 \leq a_2 \leq \cdots \leq a_n$ 。試問 n 的最小值為何？並對此最小值寫出所有對應的表示式。