

101 學年度高級中學數學科能力競賽決賽

口試試題

一、凸六邊形 $ABCDEF$ 滿足 $\overline{AC} = \overline{BD}$, $\overline{CE} = \overline{DF}$, $\overline{EA} = \overline{FB}$, 且 $\overline{AB} = \overline{CD} = \overline{EF}$ 。證明： $ABCDEF$ 有外接圓。

二、已知任何正整數皆可表示成四個非負整數的平方和，如

$$7 = 1^2 + 1^2 + 1^2 + 2^2 \quad \text{與} \quad 25 = 5^2 + 0^2 + 0^2 + 0^2。$$

試證：存在無窮多個正整數無法表示成四個正整數的平方和。