

1. 設 $x_i, y_i (i = 1, 2, \dots, n)$ 為實數

$$x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n, \quad y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_n$$

證明若 z_1, z_2, \dots, z_n 為 y_1, y_2, \dots, y_n 之任意排列，則

$$\sum_{i=1}^n (x_i - y_i)^2 \leq \sum_{i=1}^n (x_i - z_i)^2$$

2. 設 a_1, a_2, a_3, \dots 為一漸增之正整數無窮序列。證明對所有 $p \geq 1$ 有無窮多個 a_m 可寫成

$$a_m = xa_p + ya_q$$

的形式，其中 x, y 為正整數且 $q > p$ 。

3. 在任意三角形 ABC 的邊上，向外作三角形 ABR, BCP, CAQ 使 $\angle CBP = \angle CAQ = 45^\circ, \angle BCP = \angle ACQ = 30^\circ, \angle ABR = \angle BAR = 15^\circ$ 。證明 $\angle QRP = 90^\circ$ ，且 $QR = RP$ 。

Day II

4. 將 4444^{4444} 寫成十進位數字，其數字之和為 A 。令 B 為 A 的數字和。求 B 之數字和。（ A 和 B 都是寫成十進位。）
5. 判定並證明是否可在單位圓上找到 1975 個點使得任意兩點間的距離為一有理數。
6. 找出所有雙變數的多項式 P ，其有下列性質者：
 - (i) 對一正整數 n 及所有實數 t, x, y
$$P(tx, ty) = t^n P(x, y)$$
（也就是說， P 為齊性 n 次）
 - (ii) 對所有實數 a, b, c
$$P(b+c, a) + (P(a, b) - P(a, c)) = P(a, b+c)$$
 - (iii) $P(1, 0) = 1$ 。