

# 102 學年度高級中學數學科能力競賽決賽

## 口試試題

一、設直角三角形  $ABC$  中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = c$ ， $\overline{BC} = a$ ， $\overline{CA} = b$ ， $D$  在  $\overline{AB}$  上且  $\overline{CD} = h_c$  為  $\overline{AB}$  邊上的高， $r_a$ ， $r_b$  及  $r_c$  依序為三直角三角形  $BDC$ ， $ADC$  及  $ACB$  內切圓的半徑。

(1) 試說明  $r_a + r_b + r_c = h_c$  的理由；

(2) 若三正實數  $p$ ， $q$ ， $r$  滿足  $p^2 + q^2 = r^2$ ，試說明恰有一以  $\angle C = 90^\circ$  的直角三角形  $ABC$ ，使  $r_a = p$ ， $r_b = q$  及  $r_c = r$ 。

二、平面上有三個矩形  $R_1$ ， $R_2$ ， $R_3$ ，長寬都與座標軸平行。若此三個矩形可以完全覆蓋某個三角形  $T$  的三條邊，證明這三個矩形完全覆蓋了  $T$ 。