

102 學年度高級中學數學科能力競賽決賽

口試試題

一、設直角三角形 ABC 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $\overline{AB} = c$ ， $\overline{BC} = a$ ， $\overline{CA} = b$ ， D 在 \overline{AB} 上且 $\overline{CD} = h_c$ 為 \overline{AB} 邊上的高， r_a ， r_b 及 r_c 依序為三直角三角形 BDC ， ADC 及 ACB 內切圓的半徑。

(1) 試說明 $r_a + r_b + r_c = h_c$ 的理由；

(2) 若三正實數 p, q, r 滿足 $p^2 + q^2 = r^2$ ，試說明恰有一以 $\angle C = 90^\circ$ 的直角三角形 ABC ，使 $r_a = p$ ， $r_b = q$ 及 $r_c = r$ 。

二、平面上有三個矩形 R_1, R_2, R_3 ，長寬都與座標軸平行。若此三個矩形可以完全覆蓋某個三角形 T 的三條邊，證明這三個矩形完全覆蓋了 T 。