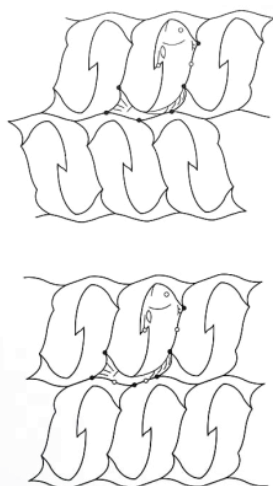


# E010 魚貫工作單

撰稿：蕭瑞甫

引言：《E010 魚貫》是荷蘭版畫家艾薛爾在1937至1938年的冬天所作的一幅作品，每隻魚的身體為單一顏色—紅色、藍色及白色，主要繪圖工具為鉛筆、墨水及水彩，而我們影片裡的封面圖是摩拉維亞學院數學退休榮譽教授 Doris Schattschneider 在其書《Visions of Symmetry》中所提供的一張圖片，如下圖所示：



這裡我們仔細來觀察圖片中上下兩種魚的排列，圖片下方魚的排列方式為艾薛爾較早期的鑲嵌設計：不論是同一排相鄰的、或是不同排相鄰的兩條魚，都是藉由其中一隻魚旋轉180度而成；而圖片上方魚的排列方式則是：不同排相鄰的兩條魚，是經由翻面過後再平移所產生。最後艾薛爾選擇了圖片上方的設計來完成《E010 魚貫》這幅作品，究竟排列整齊且能鋪滿畫面的魚是如何形成的呢？讓我們一起來解開這道神秘的問題吧！

請在電腦上點選《E010 魚貫.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

## 一、魚貫的數學與藝術

我們可以把魚貫的影片分成如下的四幕：

第一幕：影片由長方形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這長方形正是魚貫的數學骨架。

第二幕：將數學舞台的一個長方形放大，從這長方形剪下五小塊後，依數學原理的平移、旋轉及翻面貼到正確的位置，即裁貼出魚貫。

第三幕：將魚貫外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度將表演的魚兒們互相密合。

第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將魚貫一個一個放到數學骨架上的正確位置進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿稱作鑲嵌或密鋪。

1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？  
 正方形       菱形       長方形
2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？  
 平移       旋轉       翻面

3. 影片中有幾種顏色的魚貫？

- 兩種       三種       四種

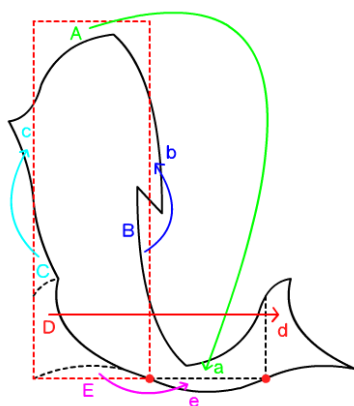
4. 鋪滿數學舞台的魚貫們有哪些特色？

- 不重疊       無空隙       外形都一樣

## 二、如何從數學骨架裁貼出魚貫

綜合下面兩個方式即可裁貼出魚貫，方式如下：

甲、將長方形剪下五個小區塊 A, B, C, D, E, 並將這五個小區塊貼到正確的位置上，即  $A \rightarrow a$ ;  $B \rightarrow b$ ;  $C \rightarrow c$ ;  $D \rightarrow d$ ;  $E \rightarrow e$



乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的平移、旋轉與翻面：

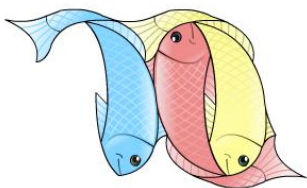
- (1)  $A \rightarrow a$  : 先將 A 區塊以頂點為旋轉點旋轉再平移到 a
- (2)  $B \rightarrow b$  : 將 B 區塊以頂點為旋轉點旋轉到 b
- (3)  $C \rightarrow c$  : 將 C 區塊以頂點為旋轉點旋轉到 c
- (4)  $D \rightarrow d$  : 將 D 區塊向右平移到 d
- (5)  $E \rightarrow e$  : 先將 E 區塊翻面後再平移到 e

裁貼出魚貫後可以發現：長方形的其中兩個頂點分別在魚貫的尾鰭後端、魚尾巴下方（回顧  $A \rightarrow a$ ），這就是魚貫在數學骨架上的正確位置。

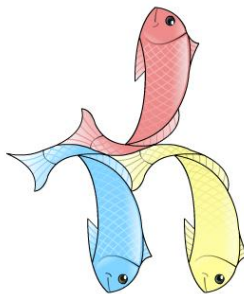
## 三、真的是魚貫磁磚嗎

由藝術表演可以知道經過數學原理形成的魚貫可以互相密合，其密合方式有兩種：

(1) 魚並排的密合



(2) 魚尾巴的密合

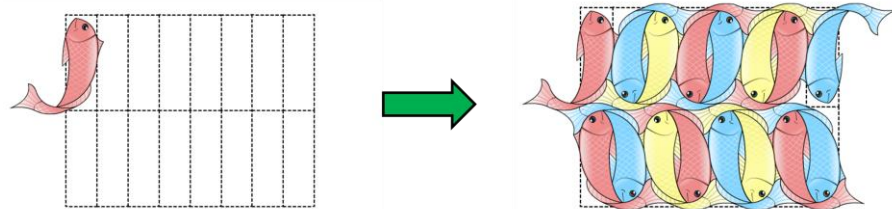


有了這兩種密合方式，就可以將魚貫密鋪在平面上了。

#### 四、魚貫的鑲嵌圖

##### 甲、魚貫鑲嵌圖

透過了解魚貫在數學骨架上的正確位置及兩種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出魚貫鑲嵌圖，左下圖是先將魚貫放在數學骨架上的正確位置，其他魚貫除要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一按照兩種密合方式密鋪。



關於艾薛爾的《E010 魚貫》原圖，如下圖所示：



開頭我們有提到艾薛爾對這幅畫作有兩種設計，一種是全部的魚貫皆為單一方向，另一種則會有兩種方向的魚貫出現，會有這兩種拼湊方式，主要是在於切割圖形時的差異所產生。這裡我們回顧  $E \rightarrow e$  可以發現一件事，假如我們不是利用翻面再平移，而是直接以旋轉點來旋轉，那就變成了艾薛爾早期的設計了；不過  $E$  部分其實為一個對稱的圖形，不管我們利用這兩種的其中哪一種方法，最後都會是一樣的魚。

##### 乙、魚貫著色遊戲

把魚貫當磁磚，讓相鄰兩個魚貫顏色不相同，不但好分辨又具美觀效果，就讓我們動手著色看看吧！

請在電腦上點選《E010 魚貫著色.exe》進入著色的畫面開始遊戲。

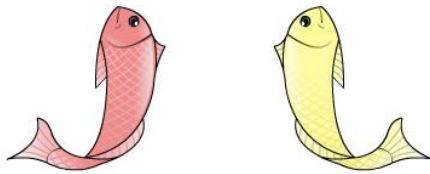
##### 丙、魚貫拼圖遊戲

看到這裡是否對魚貫鑲嵌有了更進一步的了解，下面是為大家精心準備好玩且有趣的魚貫拼圖遊戲，請再仔細觀察魚貫鑲嵌圖的排列方式，遊戲開始囉！

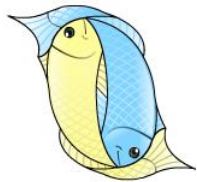
請在電腦上點選《E010 魚貫拼圖.exe》進入拼圖的首頁，  
並按左上角的Q版圖開始遊戲。

**E010 魚貫回饋單**

1. 仔細想想，你在哪個地方見過長方形磁磚鋪設的地板？
2. 請你回想一下，每一個魚貫周遭圍繞著幾個魚貫呢？  
 3個       4個       5個       6個
3. 魚貫的表面積與其數學骨架長方形的面積是否一樣？  
 是       否
4. 如下圖，左邊的魚貫和右邊的魚貫是什麼樣的關係呢？  
 平移       旋轉       翻面



5. 如下圖，右邊魚貫是左邊魚貫旋轉幾度後的結果呢？  
 90度       120度       180度       360度



6. 關於影片(含拼圖與著色遊戲)與本工作單的教材，你給予幾分(最多10分，最少0分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：