

# E001 狗工作單

撰稿：游雅婷

引言：《E001 狗》是荷蘭版畫家艾薛爾在1926至1927年所作的一幅作品，每隻狗的身體為單一顏色—紅色、綠色及白色，主要繪圖工具為鉛筆、墨水與水彩，而我們影片裡的封面圖《狗》是艾薛爾利用手工印製在絲綢上的設計，如下圖所示：



我們從圖中狗的比例來看，可以發現狗的頭明顯較大，前後腿也都位在同一個水平上，從外表觀察較難看出是隻狗，所以摩拉維亞學院數學退休榮譽教授 Doris Schattschneider 在其書《Visions of Symmetry》中將其命名為「像獅子的狗」，這也是艾薛爾為了畫面美觀第一次使用讓圖案上下顛倒這樣的對稱方式。那我們就趕快來看看《E001 狗》到底如何形成的吧！

請在電腦上點選《E001 狗.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

## 一、狗的數學與藝術

我們可以把狗的影片分成如下的四幕：

第一幕：影片由平行四邊形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這矩形正是狗的數學骨架。

第二幕：將數學舞台的一個平行四邊形放大，從這平行四邊形剪下六個小區塊後，依數學原理的平移及旋轉貼到正確的位置，即裁貼出狗兒。

第三幕：將狗兒外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度將表演的狗兒們互相密合。

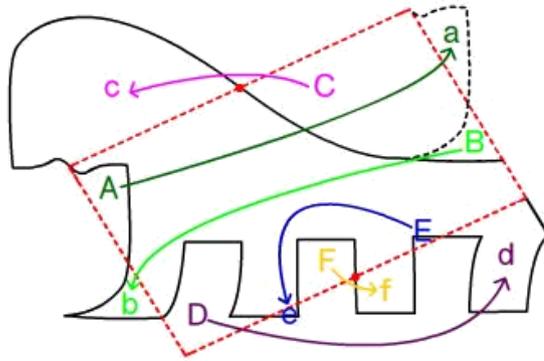
第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將狗兒一隻一隻放到數學骨架上的正確位置進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿稱作鑲嵌或密鋪。

1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？  
 正方形     平行四邊形     鳶形
2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？  
 平移     旋轉     翻面
3. 影片中有幾種顏色的狗兒？  
 兩種     三種     四種
4. 鋪滿數學舞台的狗兒們有哪些特色？  
 不重疊     無空隙     外形都一樣

## 二、如何從數學骨架裁貼出狗

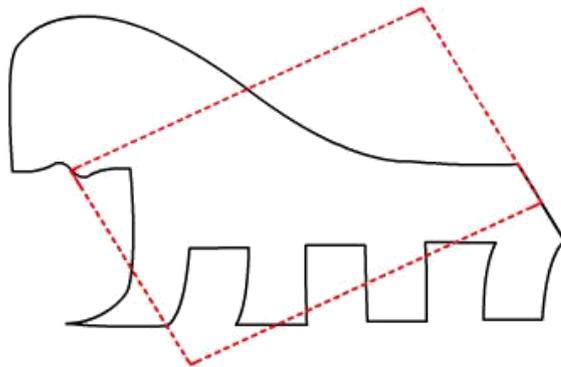
綜合下面兩個方式即可裁貼出狗，方式如下：

甲、將平行四邊形剪下六個小區塊 A, B, C, D, E, F，並將這六個小區塊貼到正確的位置上，即  $A \rightarrow a$ ； $B \rightarrow b$ ； $C \rightarrow c$ ； $D \rightarrow d$ ； $E \rightarrow e$ ； $F \rightarrow f$



乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的平移與旋轉：

- (1)  $A \rightarrow a$ ：先將 A 區塊往右平移到 a
- (2)  $B \rightarrow b$ ：將 B 區塊往左平移到 b
- (3)  $C \rightarrow c$ ：將 C+a 區塊以平行四邊形邊的中點為旋轉點旋轉到 c
- (4)  $D \rightarrow d$ ：先將 D 區塊以平行四邊形邊的中點為旋轉點旋轉到 d
- (5)  $E \rightarrow e$ ：將 E 區塊以平行四邊形邊的中點為旋轉點旋轉到 e
- (6)  $F \rightarrow f$ ：將 F 區塊以平行四邊形的中點為旋轉點旋轉到 f



裁貼出狗兒後可以發現：平行四邊形的其中兩個頂點分別為嘴巴中點以及臀部的中間，進一步觀察，前腳後跟剛好落在平行四邊形的邊上，而臀部也剛好貼齊平行四邊形的邊，這就是狗在數學骨架上的正確位置。

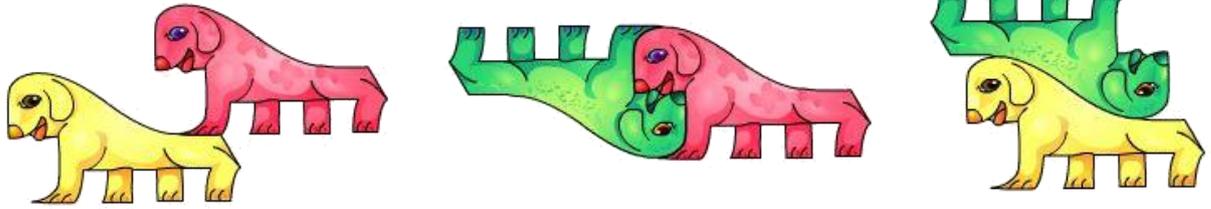
## 三、真的是狗磁磚嗎

經由數學原理裁貼後的狗兒有什麼令人驚艷的地方呢？我們可以由第三幕的藝術表演觀察到經數學原理形成的狗兒可以彼此互相密合，而且有以下三種密合方式：

(1) 前腳底與臀部的密合

(2) 下巴與下巴的密合

(3) 背與背的密合

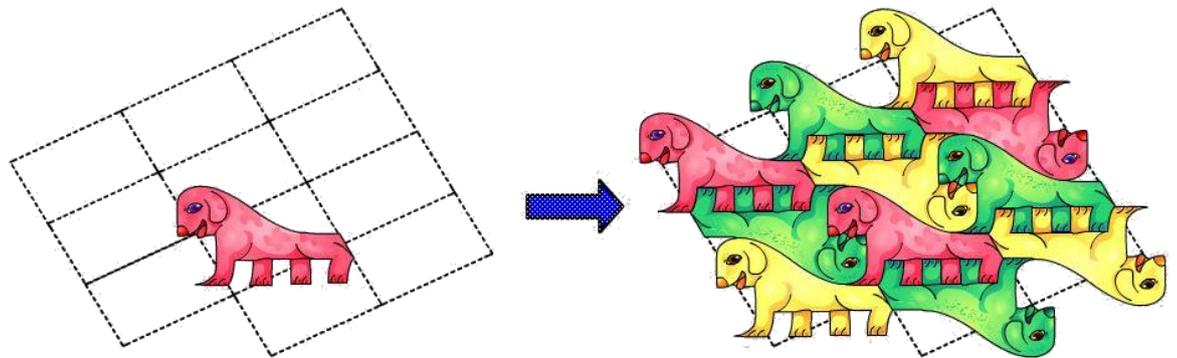


這種可以互相密合、無交疊且無空隙的狗圖案，我們稱之為狗磁磚。有了這三種密合方式後，就可以用這三種方式將很多個狗磁磚密鋪在平面上了。

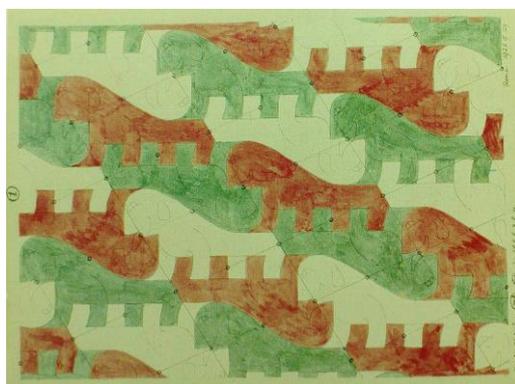
#### 四、狗的鑲嵌圖

##### 甲、狗鑲嵌圖

透過了解狗兒在數學骨架上的正確位置及三種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出狗兒鑲嵌圖，左下圖是先將狗兒放在數學骨架上的正確位置，其他的狗兒除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一按照三種密合方式密鋪。



關於艾薛爾《E001 狗》原圖，如下圖所示：



艾薛爾在畫的左下方寫了一句話“see nos. 5,6,7,8,11”，這是我們艾薛爾137幅鑲嵌作品的編號，意思為狗與編號5,6,7,8,11的鑲嵌作品有著相同的密鋪方式。

### 乙、狗著色遊戲

把狗當磁磚，讓相鄰兩隻狗顏色不相同，不但好分辨又具美觀效果，就讓我們動手著色看看吧！

請在電腦上點選《E001 狗著色.exe》進入著色的畫面開始遊戲。

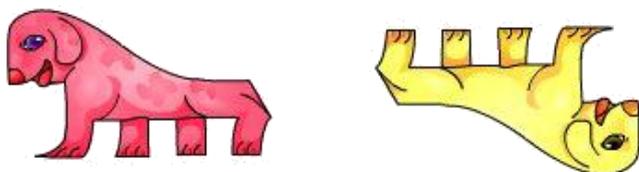
### 丙、狗拼圖遊戲

看到這裡是否對狗鑲嵌有了更進一步的了解，下面是為大家精心準備好玩且有趣的狗拼圖遊戲，請再仔細觀察狗鑲嵌圖的排列方式，遊戲開始囉！

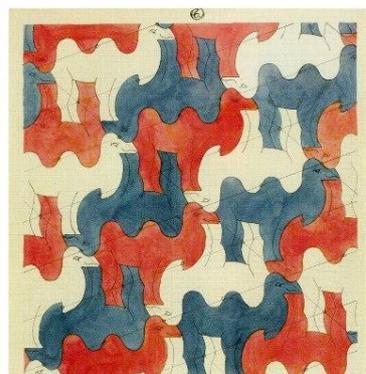
請在電腦上點選《E001 狗拼圖.exe》進入拼圖的首頁，  
並按左上角的Q版圖開始遊戲。

### E001 狗回饋單

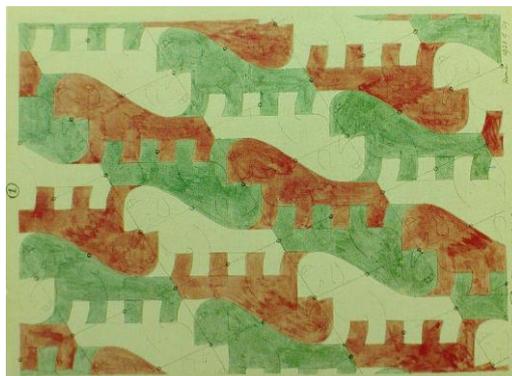
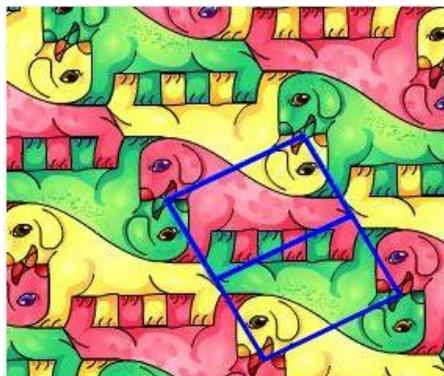
1. 請你回想一下，每一隻狗周遭圍繞著幾隻狗呢？  
 5隻       6隻       7隻       8隻
2. 狗的表面積與其數學骨架矩形的面積是否一樣？  
 是       否
3. 如下圖，右邊狗是左邊狗旋轉幾度後的結果呢？



4. 右下圖為艾薛爾在原圖中提及的《E006 駱駝》，此作品與狗有著相同的密鋪方式，請參考左下圖所畫的數學骨架，在右下圖畫出平行四邊形的數學骨架，並用找到的數學骨架說明如何剪貼出駱駝。



5. 《E001 狗》的數學骨架除了是平行四邊形外，三角形也是《E001 狗》的數學骨架，請參考左下圖所畫的數學骨架，在右下圖畫出《E001 狗》的三角形數學骨架，並用找到的數學骨架說明如何剪貼出狗。（提示：觀察兩個相連的平行四邊形數學骨架的頂點。）



6. 關於影片(含拼圖與著色遊戲)與本工作單的教材，你給予幾分(最多10分，最少0分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：