

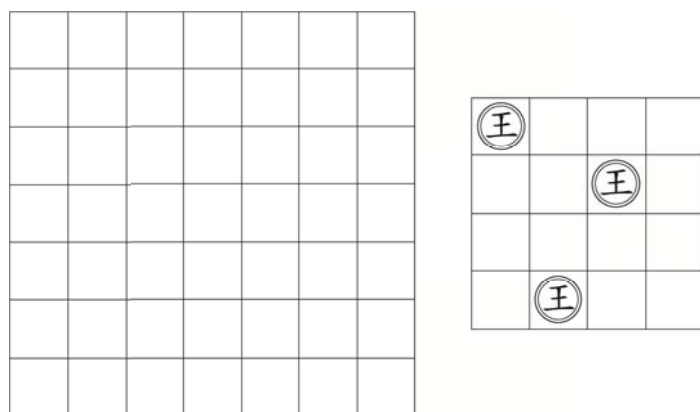
## 14 突破貝蒙障礙的奇人…從 5 挺進到 4

耀昌是我高一、二的同學，高三他轉讀丙組（醫科），記憶中，有好幾次午睡醒來，他都拿著補習講義裡的數學難題等著問我，大部分可以馬上幫他解答，於是他就高興的回丙組班去了。高中畢業後，我考上師大數學系，九月單獨一人提著行李，搭火車上台北。在這之前，除了畢業旅行外，從未到台南以北的地方，心裡真的有點擔心。當我步出台北火車站，搞不清楚東、南、西、北時，竟然巧遇耀昌跟他的爸爸，耀昌向他爸爸說「讀南一中時，他常問我數學」。於是耀昌的爸爸熱情邀請我坐他們的轎車，並命令司機先送我到師大分部，再送耀昌到台大。這就是大學生活的第一天，也是奇遇的一天。

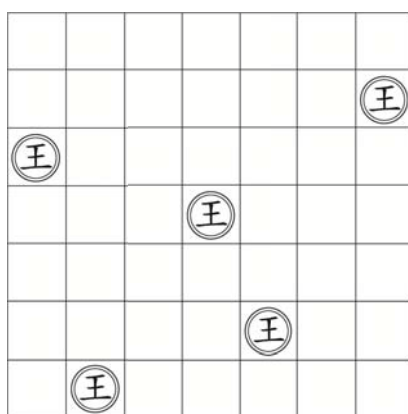
說來也奇怪，數學系的錄取分數從我那年開始竄升，隔年就飆到極高的分數，十二年後回母系服務時，它的錄取分數依然相當的高，所以在大學教書的前幾年，學生都很優秀，現在他們應該都是國、高中的優秀數學老師吧！這裡要講的一段故事，是教授數學系《數學解題》這門課所遇到的奇人，他的名字我已記不清楚了，甚至是男是女也沒印象，只知那是發生在師大分部理學院大樓 B102 教室的往事。

《數學解題》這門課大概是要教授類似波里雅《如何解題》那本書的內容，讓學生思考些既靈活、又有趣一點的問題是必須的。剛教授這門課的前幾年，我都會舉一道〈國王的煩惱〉的數學遊戲讓學生動動腦。這道遊戲是這樣說的：

**題目：**在 $7 \times 7$ 的棋盤上（共有 49 個方格）。當一位國王站在某一個格子內時，以此格子為中心的平行、垂直及兩條對角線上的格子都是此國王管轄的範圍。請問：至少需要幾位國王，才有辦法管轄整個棋盤（注意：非國王所在的方格可以由兩個以上的國王共管，但是國王所在的方格不能由兩個以上的國王共管，也就是王不見王的意思）。例如下圖是三個國王管轄 $4 \times 4$ 棋盤的情形：

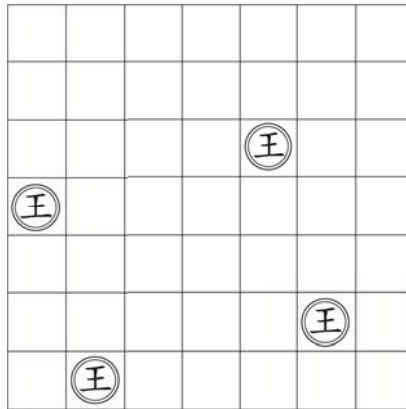


事實上，並沒有數學知識或公式可以用來解此遊戲，解它只能靠巧思或運氣。我一直認為至少需五個國王才能完成，既使在中學演講或以前上《數學解題》這門課，學生找到的最少國王數也都是五個。這更加深我對「五」這數字的認同，底下就是五個國王可以完成的實例：

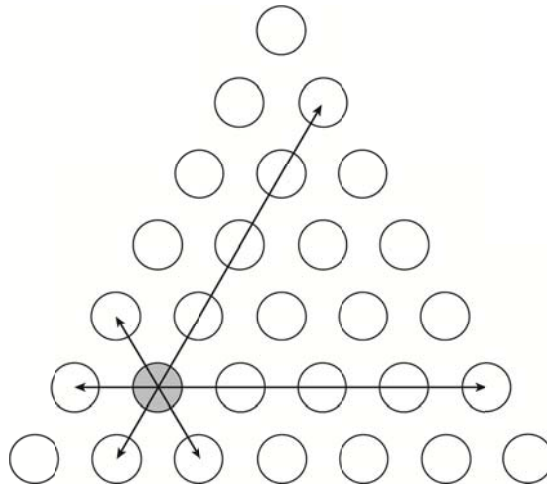


我也曾經想過「是否四個國王就足夠了」，但是試了許多次都無功而返，常常差一格就完成，加上那麼多學生（上過課的或聽我演講的）也都沒找到四個國王的情形，於是就相信（迷信）五個國王是最少的數字。老實說，這是道不容易的問題，因為沒人知道最少是幾個，只能一個個嘗試。就在幾年前的《數學解題》課堂上，再次出這問題來考驗我的學生，那時我還深信五個國王是最佳的答案。忽然間，奇人出現了，一位學生畫出四個的情形，起先我半信半疑，叫他再檢查一遍。他查驗之後說「沒錯，四個國王果然可以」。這也修正了我心中的答案。感謝那位學生的解答，讓我可以到處演講秀這幾乎不可辦到的答案。現在就讓我們來欣賞奇人的巧思吧！

### 大學生的巧解



**練習 1** 如下圖所示，在邊上有 7 個圓圈的正三角形棋盤上，將某些圓圈塗成黑色，當成一個皇后的地盤。箭號所指的三個與邊平行的方向是該皇后可以管轄的範圍，總共有 13 個圓圈（含皇后根據地）。



盡可能的在棋盤上擺放皇后，且不同的皇后不能管到彼此的根據地（不是根據地的圓圈可以多個皇后共管）。最多能擺幾個皇后呢？

# 突破貝蒙障礙的奇人…從 5 挺進到 4 的練習題解答

## 練習 1

最多可以擺放 5 個皇后如下圖所示：

