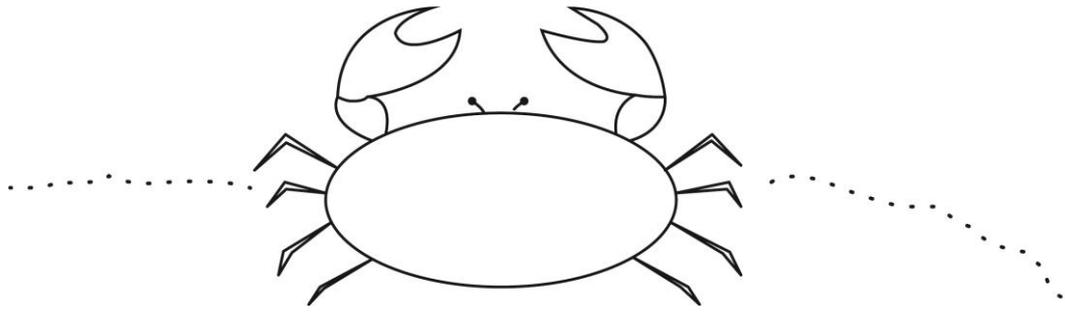


## 17 真實與催眠之間…我的九九乘法表老師

教書是一種「真實與催眠之間的拔河」或者說是「走在真實與催眠這兩個向度上的一條函數曲線」。對不同的人，施予他的催眠藥劑量是不同的，適合他的函數曲線也不相同。如何以適當的劑量催眠他，使他清醒過來時，還會感謝你或者是清醒過來時，又是另一個催眠他學習的好時點，是教書最難拿捏的地方。小學的「九九乘法表教學」是經常被討論的題材。傳統的教學方法是先將九九乘法表強制烙印在每位學生的腦海裡，再讓學生隨著經驗的累積與時間的成長，領悟九九乘法表的真實意義，這充分展現「時間是最好的醫生」這句俄國諺語的道理。但是九年一貫的精神是希望當下能理解九九乘法表的意義，完全不必記憶與背誦它，這是一個不許使用「催眠」技巧的教學方法。

在小學的數學學習過程中，「九九乘法表」的學習是讓我印象最深刻的，記憶之中，那是一位年約五十歲左右的曾姓老師教我們的。突然有一天，老師走進教室之後，叫所有的學生站起來，把椅子舉到頭上。然後老師拿起粉筆在黑板上書寫九九乘法表。寫完之後，向我們說著「今天的功課就是背誦黑板上寫的九九乘法表，準備妥當的可以到前面背給老師聽，完全正確的可以放下椅子，到教室外面玩耍。」因為那是很久以前的事情，而且我讀的小學是很鄉下的迷你小學，所以不會有家長告老師的事情發生。不過，我卻很感謝那位曾老師，原因不在我是第一位放下椅子的人，而是那次的成功經驗使我從一個成績不怎麼樣的學生變成名列前茅的優秀學生。在九九乘法表的教學上，我的老師採取如睜眼金剛般的訓斥、棒喝教法，九年一貫想採用像慈眉善目的觀音一樣，普渡眾生。究竟何者才是正確的教學方法呢？我想不會有正確的答案！

說到小時候，就讓我想起螃蟹的故事，我出生在阿公店溪下游出海口附近，那兒的人們大都以魚塭養魚、蝦為生。螃蟹是吃魚、蝦的一種珍貴海產，除了稀少之外，就是他的價值非凡，以兩來計價。小時候，抓到大隻的螃蟹（紅蟳）可以說是一件偉大的盛事，沒有別的事的價值可以超越它。經過多年的學習知道，每年兩次的魚塭排水讓太陽曝曬，是抓螃蟹的大好時機。



螃蟹在淺水的魚塭上爬行，最後隱沒在他認為最安全的地方，但它的足跡卻露出了馬腳。有經驗的人都會在此時尋找螃蟹的腳印，並循著腳印找到螃蟹棲身處，即使螃蟹沒入再深的泥土中，也只好乖乖的束手就擒。少了水的掩護，再怎麼橫行霸道的紅蟳，也會洩了底，讓人們從發現螃蟹的足跡，尋找螃蟹，進而抓到螃蟹。

小時候抓螃蟹的親身經歷，讓我長大後，讀到廓庵的《十牛圖》時，身有同感。《十牛圖》裡的前三圖就是〈見跡〉，〈尋牛〉與〈得牛〉。



當你家的牛走失了，想要找到牠最簡潔的方法就是從牛的腳印著手，發現牛腳印，跟蹤牛腳印尋找，最後一定會發現並找回走失的牛。在教學上，我們也經常使用這一套方法，想想看你的「勾股定理」是如何習得的，從小學起，老師或課本就有意無意的種下直角三角形的一些例子，接下來慢慢的引領你去發現「勾股定理」，最後教你如何證明這一定理及使用此定理。在高中時，更延伸到餘弦定理，且說明國中證過的「勾股定理」只是「餘弦定理」的一個特例。像這樣循序漸進的往上爬也是一種教學方式，而且是一種需要時間才能看得到成果的教學方式。

婉倫是我國中的同學，她的座位一直是在我前面，記得有一次我在午睡，我的理化考卷被吹到她位置附近，她拿起來跟另一位女生討論起我的答案來。她們討論什麼呢？待會再說。今年過年，我接到婉倫的電話，她說「她就住在我家橫過大安森林公園的那一邊，

看了國中同學錄之後，才知道我們離得很近，比起國中時還近。」就在這通電話裡，我告訴她，那次假裝午睡偷聽她們討論我的考卷的內容，當然她已經忘了有這件事情。那時她們的對話是這樣的「婉倫，你後面那個好厲害喔，這兩題這麼難他竟然都會寫。」我聽了之後，心裡很高興，但是一會兒之後，她們又說「哇，他怎麼那麼笨，後面這兩題那麼容易，他竟然都不會。」其實，我不是故意要偷聽的，而是聽了後一段話後，不假裝睡著也不行了。即使那是二十幾年前的事，我都還記得，記得的原因不是記性好，而是我一直想知道到底怎麼一回事，為何她們認為超困難的題目我會，極容易的題目我卻答不出來。

說來你可能不相信，直到快四十歲時，我才真正想通其中原委。答案其實很簡單，就是“我沒有補過習，她們補習補得很嚴重”。補習是一種很重的催眠學習，想想看，補習就是為了讓不是很懂的學生可以在短時間內以為懂，除了催眠之外，不可能有更好的教法了。補習的人會記很多公式，做過很多困難的題目，他們不見得懂，只是做過而已。透過補習老師的催眠之後，比較困難但做過的問題，她們會覺得那是簡單的問題；反而只需活用基本概念就可以推論的問題，她們沒有訓練過，反而不知所措，覺得是難題。例如，做底下的這道習題

**練習 1** 已知  $f(x) = 8x^3 + 4x^2 - 16x + 5$ ，求  $f(0.999)$  的值到小數點以下第三位（第四位四捨五入）。

如果你很快就知道怎麼做或求出答案來，八成你是被催眠之後的標準作法。其實這應該是一道困難的問題，不過每位補習班的老師都會教這類題目，它已經成為菜市場題目了，會作只代表你做過，不代表任何意義。

# 真實與催眠之間…我的九九乘法表老師的練習題解答

## 練習 1

右圖第一層綜合除法（計算  $f(x) \div (x-1)$ ）得到

$$f(x) = (8x^2 + 12x - 4)(x-1) + 1.$$

第二層綜合除法（計算  $(8x^2 + 12x - 4) \div (x-1)$ ）

得到

$$(8x^2 + 12x - 4) = (8x + 20)(x-1) + 16$$

第三層綜合除法（計算  $(8x + 20) \div (x-1)$ ）

得到

$$(8x + 20) = 8(x-1) + 28.$$

整理這三個等式得到

8	+4	-16	+5	1
	+8	+12	-4	
8	+12	-4		+1
	+8	+20		
8	+20			+16
	+8			
8				+28
8				

$$\begin{aligned}
 f(x) &= (8x^2 + 12x - 4)(x-1) + 1 \\
 &= ((8x + 20)(x-1) + 16)(x-1) + 1 \\
 &= (8x + 20)(x-1)^2 + 16(x-1) + 1 \\
 &= (8(x-1) + 28)(x-1)^2 + 16(x-1) + 1 \\
 &= 8(x-1)^3 + 28(x-1)^2 + 16(x-1) + 1.
 \end{aligned}$$

將

$$f(x) = 8(x-1)^3 + 28(x-1)^2 + 16(x-1) + 1$$

中的  $x$  以 0.999 替代，得到

$$\begin{aligned}
 f(0.999) &= \overbrace{8(-0.001)^3 + 28(-0.001)^2}^{\text{數值太小，忽略不計}} + 16(-0.001) + 1 \\
 &\doteq 0.984.
 \end{aligned}$$