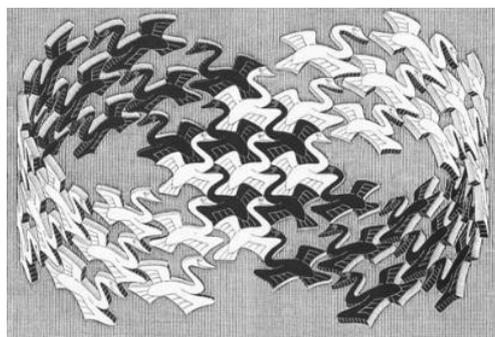


E096 天鵝工作單

撰稿：沈玟好

引言：《E096 天鵝》是荷蘭版畫家艾薛爾在1955年12月所作的一幅作品，每隻天鵝的身體為單一顏色—棕色及白色，主要繪圖工具為墨水與水彩，而我們影片裡的封面圖《天鵝》(swans)是艾薛爾在1956年2月所創作的一幅版畫，如下圖一所示：



圖一



圖二

圖二是艾薛爾為立體圓柱子所設計的天鵝磁磚，每一塊磁磚的形狀為矩形，裡面包含了一隻白天鵝及一隻黑天鵝，柱子一圈需要使用八塊磁磚，艾薛爾利用天鵝磁磚的矩形貼齊邊框後再往上、往下平移來鋪滿整根圓柱子！假設我們希望一個磁磚只包含一隻天鵝就能貼滿圓柱的話該如何製作呢？現在就讓我們往下觀賞《E096 天鵝》影片並解開謎團吧！

請在電腦上點選《E096 天鵝.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

一、天鵝的數學與藝術

我們可以把天鵝的影片分成如下的四幕：

第一幕：影片由鳶形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這鳶形正是天鵝的數學骨架。

第二幕：將數學舞台的一個鳶形放大，從這鳶形剪下五小塊後，依數學原理的平移及翻面貼到正確的位置，即裁貼出天鵝。

第三幕：將天鵝外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度將表演的天鵝們互相密合。

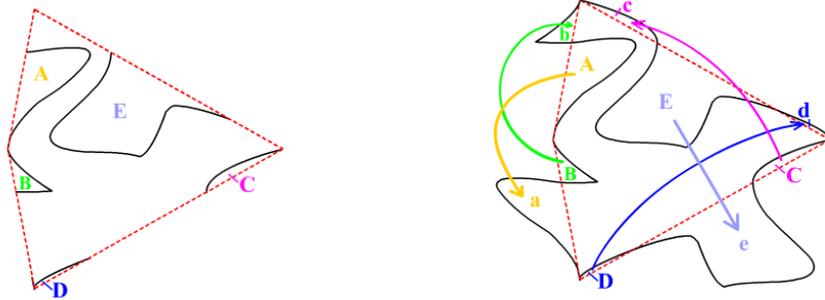
第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將天鵝一隻一隻放到數學骨架上的正確位置進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿稱作鑲嵌或密鋪。

1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？
 正方形 鳶形 矩形
2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？
 平移 旋轉 翻面
3. 影片中有幾種顏色的天鵝？
 兩種 三種 四種
4. 鋪滿數學舞台的天鵝們有哪些特色？
 不重疊 無空隙 外形都一樣

二、如何從數學骨架裁貼出天鵝

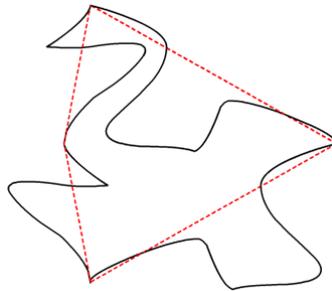
綜合下面兩個方式即可裁貼出天鵝，方式如下：

甲、將鳶形剪下五個小區塊 A, B, C, D, E, 並將這五個小區塊貼到正確的位置上，即 $A \rightarrow a$; $B \rightarrow b$; $C \rightarrow c$; $D \rightarrow d$; $E \rightarrow e$



乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的平移與翻面：

- (1) $A \rightarrow a$: 先將 A 區塊往下平移再翻面貼到 a
- (2) $B \rightarrow b$: 先將 B 區塊往上平移再翻面貼到 b
- (3) $C \rightarrow c$: 先將 C 區塊往左上平移再翻面貼到 c
- (4) $D \rightarrow d$: 先將 D 區塊往右上平移再翻面貼到 d
- (5) $E \rightarrow e$: 先將 E 區塊往下平移再翻面貼到 e



裁貼出天鵝後可以發現：鳶形的三個頂點分別為天鵝頭頂及天鵝的左右邊翅膀尖點，這就是天鵝在數學骨架上的正確位置。

三、真的是天鵝磁磚嗎

經由數學原理裁貼後的天鵝有什麼令人驚艷的地方呢？我們可以由第三幕的藝術表演觀察到經數學原理形成的天鵝可以彼此互相密合，有以下兩種密合方式：

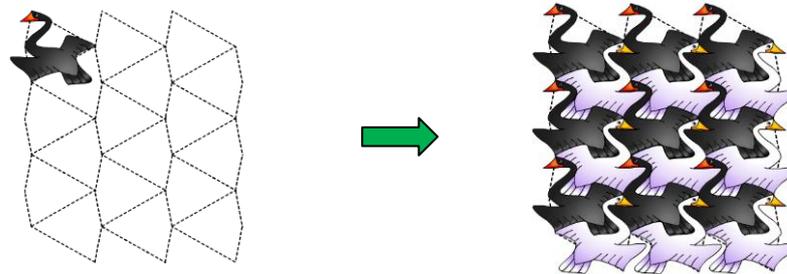
- (1) 左上右下的密合
- (2) 左下右上的密合



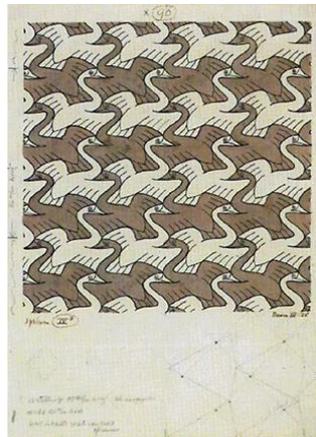
這種可以互相密合、無交疊且無空隙的天鵝圖案，我們稱之為天鵝磁磚。有了這兩種密合方式後，就可以用這兩種方式將很多隻天鵝磁磚密鋪在平面上了。

四、天鵝的鑲嵌圖

透過了解天鵝在數學骨架上的正確位置及兩種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出天鵝鑲嵌圖，左下圖是先將天鵝放在數學骨架上的正確位置，其他的天鵝除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一按照兩種密合方式密鋪。



關於《E096 天鵝》原圖，如下圖所示：



艾薛爾用鉛筆在原圖的下方畫了兩個重疊的幾何圖形格子，一個圖形為箏形，另一個圖形則為菱形，也就是天鵝的數學骨架除了為箏形外，菱形也是天鵝的數學骨架。

E096 天鵝回饋單

1. 請你回想一下，每一隻天鵝周遭圍繞著幾隻天鵝呢？（相鄰才算，只交一點不算）

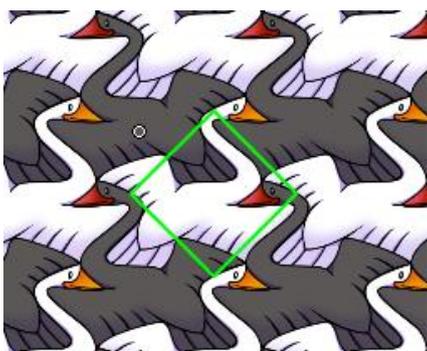
<input type="checkbox"/> 2隻	<input type="checkbox"/> 3隻	<input type="checkbox"/> 4隻	<input type="checkbox"/> 5隻
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------
2. 一個鳶形數學骨架包含了哪隻生物？

<input type="checkbox"/> 一隻白天鵝	<input type="checkbox"/> 一隻黑天鵝	<input type="checkbox"/> 一隻白天鵝及一隻黑天鵝
--------------------------------	--------------------------------	--------------------------------------
3. 如下圖，左邊的天鵝和右邊的天鵝是什麼樣的關係呢？

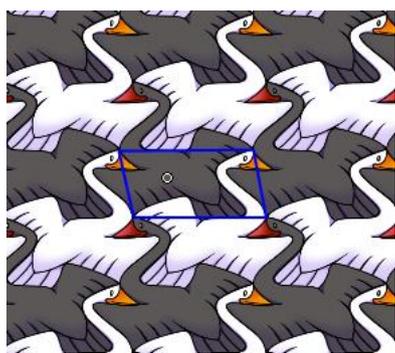
<input type="checkbox"/> 平移	<input type="checkbox"/> 旋轉	<input type="checkbox"/> 翻面
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------



4. 由艾薛爾原圖下方的圖可以知道菱形也是天鵝數學骨架，如左下圖，右下圖為艾薛爾《E019 鳥》作品，請參考左下圖所畫的數學骨架，在右下圖畫出鳥菱形數學骨架，並用找到的數學骨架說明如何剪貼出鳥。（提示：觀察左下圖菱形數學骨架的四個頂點有什麼共同特徵？）



5. 如左下圖，天鵝的數學骨架除了是菱形外，平行四邊形也是天鵝的數學骨架，請參考左下圖所畫的數學骨架，在右下圖畫出鳥的平行四邊形數學骨架，並用找到的數學骨架說明如何剪貼出鳥。（提示：觀察左下圖平行四邊形數學骨架的四個頂點有什麼共同特徵？）



6. 關於影片與本工作單的教材，你給予幾分(最多10分，最少0分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：