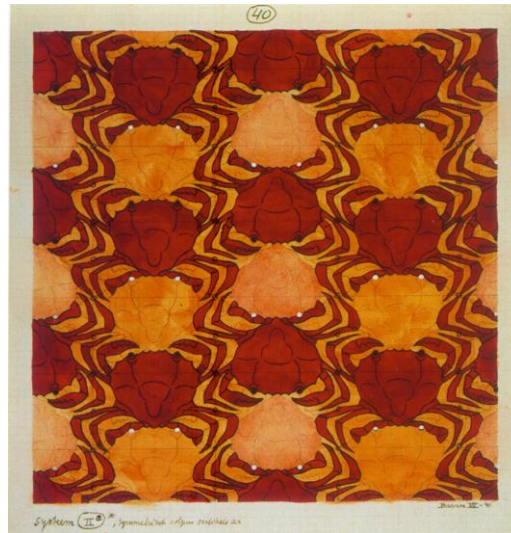


E117 螃蟹工作單

撰稿：沈玟好

引言：《E117 螃蟹》是荷蘭版畫家艾薛爾在1963年4月所作的一幅作品，作品裡的螃蟹有兩種顏色，分別為深藍色及粉紅色，主要繪圖工具為墨水、色鉛筆及水彩，而我們影片裡的封面圖是艾薛爾在1941年所作的另一幅《E040 螃蟹》作品：



在《E117 螃蟹》作品上艾薛爾寫下這麼一句話「system II^{C*} symmetrically two-sided; improvement of 40」，道出螃蟹是對稱圖形，且由上圖所示的作品《E040 螃蟹》改良而成，而艾薛爾一生中也只創作了兩幅以螃蟹為主題的作品。封面中的螃蟹究竟是如何用對稱的方式做出來呢？讓我們觀賞螃蟹的影片來解開謎團吧！

請在電腦上點選《E117 螃蟹.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

一、 螃蟹的數學與藝術

我們可以把螃蟹的影片分成如下的四幕：

- 第一幕：影片由矩形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這矩形正是螃蟹的數學骨架。
- 第二幕：將數學舞台的一個矩形放大，從這矩形剪下十三小塊後，依數學原理的平移及旋轉貼到正確的位置，即裁貼出螃蟹。
- 第三幕：將螃蟹外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度將表演的螃蟹們互相密合。
- 第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將螃蟹一隻一隻放到數學骨架上的正確位置進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿就是所謂的鑲嵌或密鋪。

1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？
 正方形 矩形 梯形 鳶形
2. 第二幕剪貼的過程中，用到了哪些數學方法？
 平移 旋轉 翻面
3. 影片中有幾種顏色的螃蟹？
 兩種 三種 四種

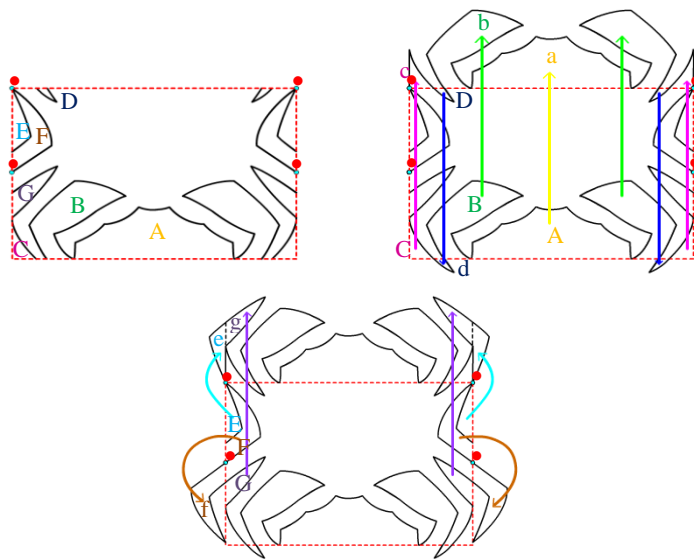
4. 鋪滿數學舞台的螃蟹們有哪些特色？

- 不重疊 無空隙 外形都一樣

二、如何從數學骨架裁貼出螃蟹

綜合下面兩個方式即可裁貼出螃蟹，方式如下：

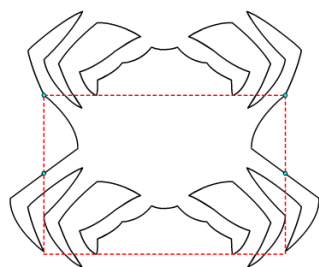
甲、將矩形剪下十三個小區塊，並將這十三個小區塊貼到正確的位置上，由於這十三個小區塊裡有十二塊兩兩成對，在此只標示單獨一塊的 A 及兩兩成對中的其中六塊 B, C, D, E, F, G，即 $A \rightarrow a$; $B \rightarrow b$; $C \rightarrow c$; $D \rightarrow d$; $E \rightarrow e$; $F \rightarrow f$; $G \rightarrow g$



乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的平移與旋轉：

- (1) $A \rightarrow a$: 將 A 區塊向上平移到 a
- (2) $B \rightarrow b$: 將 B 區塊向上平移到 b
- (3) $C \rightarrow c$: 將 C 區塊向上平移到 c
- (4) $D \rightarrow d$: 將 D 區塊向下平移到 d
- (5) $E \rightarrow e$: 將 E 區塊以點 O 為旋轉點旋轉到 e
- (6) $F \rightarrow f$: 將 F 區塊以點 P 為旋轉點旋轉到 f
- (7) $G \rightarrow g$: 將 G 區塊向上平移到 g

在矩形的數學骨架上經過巧妙的切割並透過平移與旋轉的數學運作之後，一隻栩栩如生的螃蟹就誕生了，如下圖所示：

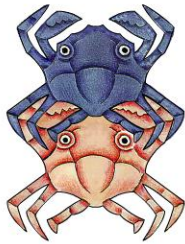


裁貼出螃蟹後可以發現：矩形的四個頂點分別在螃蟹上面兩隻腳的第二個關節及下面最外邊兩隻腳的腳尖，這就是螃蟹在數學骨架上的正確位置。

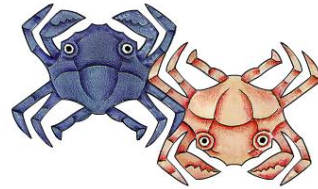
三、真的是螃蟹磁磚嗎

由藝術表演可以知道經過數學原理形成的螃蟹磁磚可以互相密合，其密合方式有兩種：

(1) 兩隻皆頭上腳下且
一上一下的密合



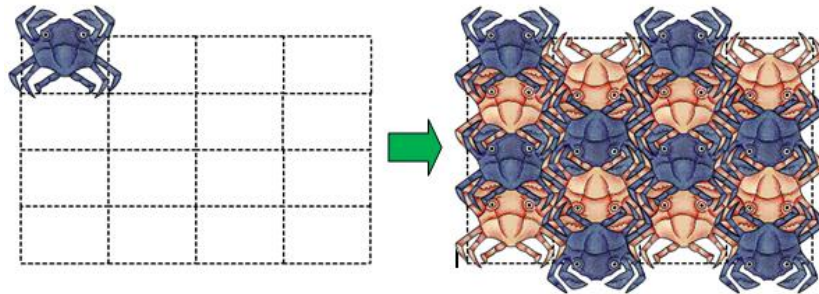
(2) 一隻頭上腳下一隻頭下腳上且
一左一右的密合



有了這兩種密合方式，就可以將螃蟹密鋪在平面上了。

四、螃蟹的鑲嵌圖

透過了解螃蟹在數學骨架上的正確位置及兩種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出螃蟹鑲嵌圖，左下圖是先將螃蟹放在數學骨架上的正確位置，其他螃蟹除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一按照兩種密合方式密鋪。



關於艾薛爾《E117 螃蟹》原圖，如下圖所示：



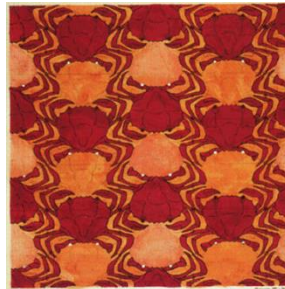
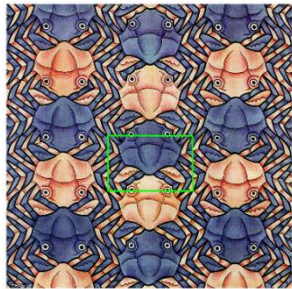
作品中的螃蟹緊密地貼合在一起，身體肢節末端相互貼合交錯，艾薛爾選擇搭配既對比又柔和的配色把兩種顏色的螃蟹都稱的很出色！

E117 螃蟹回饋單

1. 根據你的經驗，下列哪一個地方最有可能用矩形密鋪？
 人行道 家裡客廳地板 廟宇地板
2. 如下圖，右邊螃蟹是左邊螃蟹旋轉幾度後的結果呢？
 90度 120度 180度 360度



3. 螃蟹的表面積與其數學骨架矩形的面積是否一樣？
 是 否
4. 請你回頭仔細看螃蟹鑲嵌圖，算一算每一隻螃蟹周遭圍繞著幾隻螃蟹呢？（相鄰才算，只接觸一點不算）
 3隻 4隻 5隻 6隻
5. 右下圖為艾薛爾的另一幅作品《E040 螃蟹》，這作品也利用了矩形當作數學骨架，請參考左下圖所畫的數學骨架，在右下圖畫出正確的數學骨架，並用找到的數學骨架說明如何剪貼出螃蟹。



6. 關於影片與本工作單的教材，你給予幾分(最多10分，最少0分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

又有何建議：