

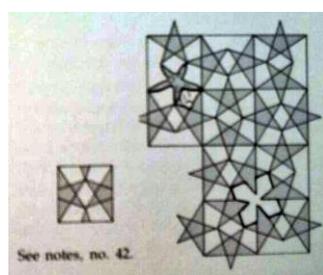
E042 貝殼與海星工作單

撰稿：沈玟好

引言：《E042 貝殼與海星》是荷蘭版畫家艾薛爾在1941年8月所作的一幅作品，每個貝殼及海星為立體著色—淺黃色、棕色、灰色及橙棕色，主要繪圖工具為印度墨水、彩色墨水、色鉛筆與水彩，而我們影片裡的封面圖是艾薛爾1963年為Verblifa Co.製作的二十面體鐵盒，如下圖一所示：



圖一



圖二



圖三



圖四

圖一所示的二十面體立體鐵盒如果把圖形展開成平面的話，圖案是無法和《E042 貝殼與海星》一樣連貫成一幅連續圖形的。而圖二則是在艾薛爾素描複寫本上的海星草稿圖，草圖的基本架構是由一個方塊上再畫出格子線發展出的圖形，在此海星與貝殼的幾何構圖中，艾薛爾也發現了編號E043花與葉的架構，如圖三所示，兩幅作品如果把顏色抽離即可發現骨架是非常類似的。圖四為外國常見的一種五邊形磁磚，我們可以觀察到使用五邊形也能鋪滿整個平面，但是否所有的五邊形都符合可以鋪滿平面的條件？如果不是，那必須滿足什麼條件才可以辦得到呢？貝殼與海星和五邊形又有何關係？現在就讓我們往下觀賞《E042 貝殼與海星》作品來一一解密吧！

請在電腦上點選《E042 貝殼與海星.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始播放。

一、貝殼與海星的數學與藝術

我們可以把貝殼與海星的影片分成如下的四幕：

第一幕：影片由五邊形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這五邊形正是貝殼與海星的數學骨架。

第二幕：將數學舞台的一個五邊形放大，從這五邊形剪下兩小塊後，依數學原理的平移及旋轉貼到正確的位置，即裁貼出貝殼與海星。

第三幕：將貝殼與海星外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度將表演的貝殼與海星們互相密合。

第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將貝殼與海星一個一個放到數學骨架上的正確位置進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿稱作鑲嵌或密鋪。

1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？

正方形 五邊形 矩形

2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？

平移 旋轉 翻面

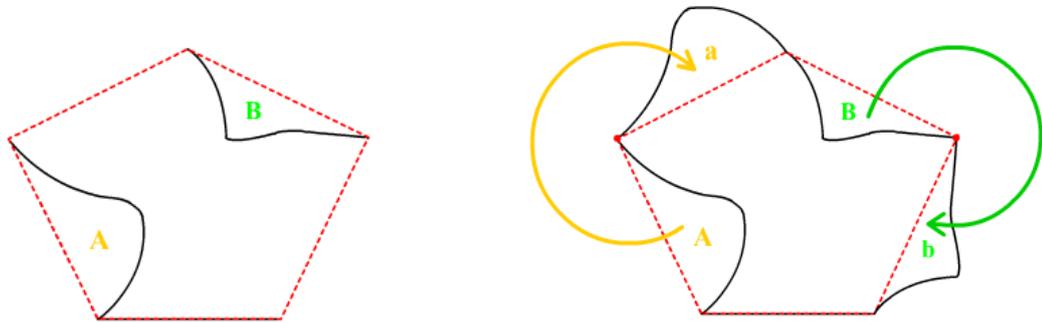
3. 影片中有幾種顏色的貝殼？

- 兩種 三種 四種
 4. 鋪滿數學舞台的貝殼與海星們有哪些特色？
 不重疊 無空隙 外形都一樣

二、如何從數學骨架裁貼出貝殼與海星

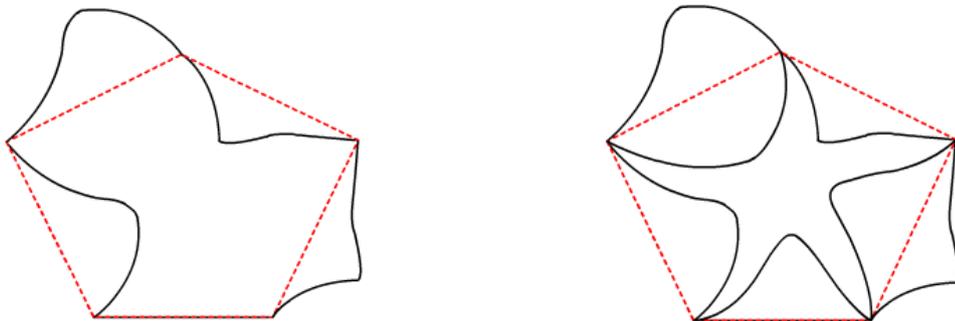
綜合下面兩個方式即可裁貼出貝殼與海星，方式如下：

甲、將五邊形剪下兩個小區塊 A, B，並將這兩個小區塊貼到正確的位置上，即
 $A \rightarrow a$; $B \rightarrow b$



乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的平移與旋轉：

- (1) $A \rightarrow a$: 將 A 區塊以頂點為旋轉點旋轉到 a
- (2) $B \rightarrow b$: 將 B 區塊以頂點為旋轉點旋轉到 b

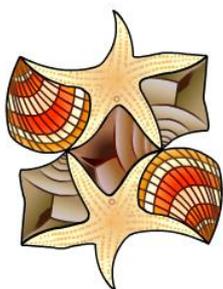


裁貼出貝殼與海星再畫上內部輪廓後可以發現：五邊形的五個頂點分別為海星的五隻腳，這就是貝殼與海星在數學骨架上的正確位置。

三、真的是貝殼與海星磁磚嗎

經由數學原理裁貼後的貝殼與海星有什麼令人驚艷的地方呢？我們可以由第三幕的藝術表演觀察到經數學原理形成的貝殼與海星可以彼此互相密合，我們將兩隻海星搭配五個貝殼視為一組，其中海星為一隻正的一隻倒立，於是以下兩種密合方式：

(1) 一組的密合



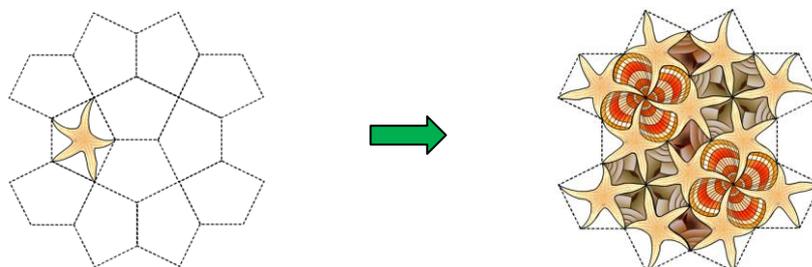
(2) 兩組的密合



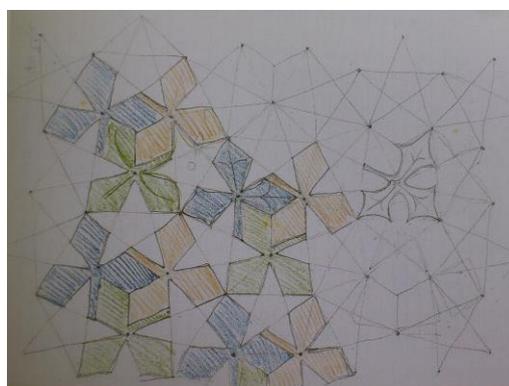
這種可以互相密合、無交疊且無空隙的貝殼與海星圖案，我們稱之為貝殼與海星磁磚。有了這兩種密合方式後，就可以用這兩種方式將很多個貝殼與海星磁磚密鋪在平面上了。

四、貝殼與海星的鑲嵌圖

透過了解貝殼與海星在數學骨架上的正確位置及兩種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出貝殼與海星鑲嵌圖，左下圖是先將海星放在數學骨架上的正確位置，其他的貝殼與海星除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一按照兩種密合方式密鋪。



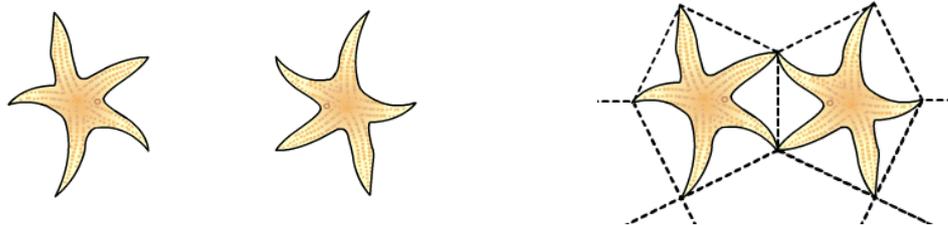
關於原圖，同年艾薛爾在筆記上畫了下面這一幅畫：



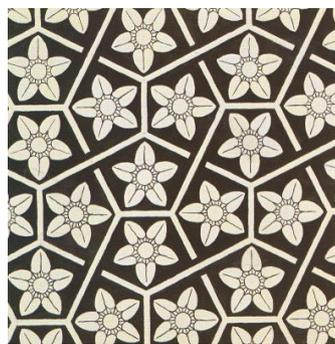
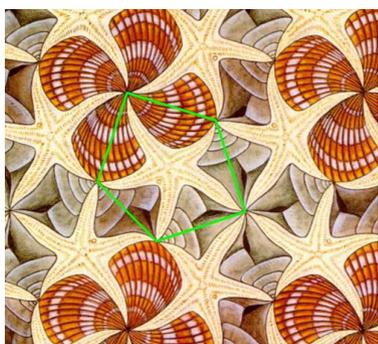
圖中為星形、菱形與三角形的彩色鑲嵌，這幅畫的變形成為了《E042 貝殼與海星》的開端，由圖中可以看到初步變形而成的葉子。

E042 貝殼與海星回饋單

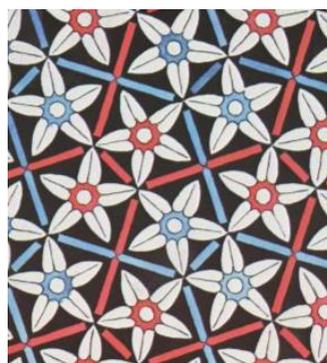
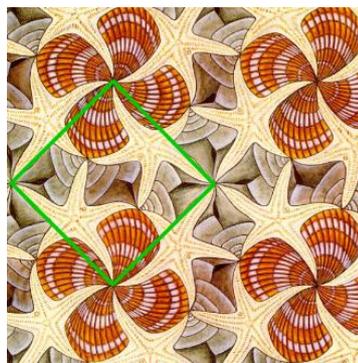
1. 請你回想一下，每一隻海星周遭圍繞著幾個貝殼呢？
 2個 3個 4個 5個
2. 貝殼與海星的五邊形數學骨架包含了哪些種類的生物？各幾隻？
3. 請參考右下圖，思考左下圖的右邊海星是左邊海星旋轉幾度後的結果呢？



4. 右下圖為艾薛爾的一幅作品《E134 花》，請參考左下圖所畫的數學骨架，在右下圖畫出花的五邊形數學骨架。



5. 如左下圖，貝殼與海星的數學骨架除了是五邊形外，正方形也是貝殼與海星的數學骨架，右下圖為艾薛爾的一幅作品《E132 花》，請參考左下圖所畫的數學骨架，在右下圖畫出花的正方形數學骨架，並用找到的數學骨架說明如何剪貼出花。（提示：觀察左下圖正方形數學骨架的四個頂點有什麼共同特徵？）



6. 關於影片與本工作單的教材，你給予幾分(最多10分，最少0分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：