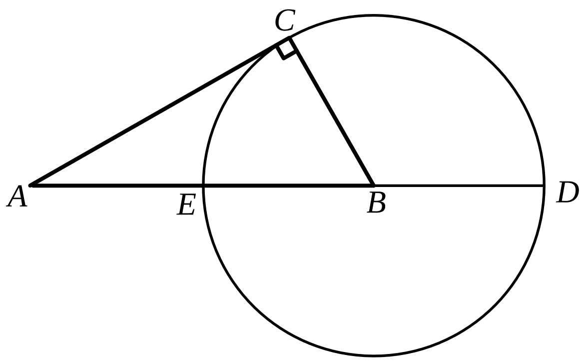
勾股定理證明-A073

【作輔助圖】

1. 以點 B 為圓心，$\overline{CB}$ 為半徑作圓，且此圓與 $\overline{AB}$ 交於點 E 。

2. 延長 $\overrightarrow{AB}$ ，交圓於點 D 。



【求證過程】

利用圓切割性質推得勾股定理。

1. 由圓切割冪性質可知

$$\begin{aligned}\overline{AC}^2 &= \overline{AE}\times\overline{AD}\\ &= \overline{AE}\times(\overline{AB}+\overline{BD})\\ &= \overline{AE}\times(\overline{AB}+\overline{BC})\\ &= \overline{AE}\times\overline{AB}+\overline{AE}\times\overline{BC}\end{aligned}$$

所以

$$\begin{aligned}\overline{AC}^2+\overline{BC}^2 &= \overline{AE}\times\overline{AB}+\overline{AE}\times\overline{BC}+\overline{BC}^2\\ &= \overline{AE}\times\overline{AB}+\overline{BC}\times(\overline{AE}+\overline{BC})\\ &= \overline{AE}\times\overline{AB}+\overline{BC}\times(\overline{AE}+\overline{BE})\\ &= \overline{AE}\times\overline{AB}+\overline{BC}\times\overline{AB}\\ &= (\overline{AE}+\overline{BC})\times\overline{AB}\\ &= (\overline{AE}+\overline{BE})\times\overline{AB}\\ &= \overline{AB}^2\end{aligned}$$

得到

$$\overline{AB}^2=\overline{AC}^2+\overline{CB}^2$$

即

$$a^2 + b^2 = c.$$

【註與心得】

1.來源：此證明出自以下書籍

J.D. Runkle (1859). *Mathematical Monthly*, v. 2, published in New York and London.

2.心得：此題作圖，以直角三角形一股為半徑作圓，使得直角頂C點在圓上，所以另一股長即為切線，利用切割線的性質，以及直角三角形邊長與圓半徑間的關係，推得勾股定理的關係式。

3.評量

國中	高中	教學	欣賞	美學
●		●		

4.補充