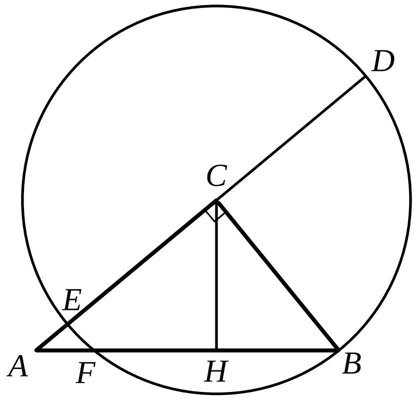
勾股定理證明-A071

【作輔助圖】

1. 以$\overline{CB}$為半徑，點C為圓心作圓。

2. 過點C，作割線$\overline{AD}\perp\overline{CB}$，並連接$\overline{AB}$，而$\overline{AD}$與$\overline{AB}$分別交圓於點$E$、點$F$。

3. 過點C，作$\overline{CH}\perp\overline{AB}$。



【求證過程】

利用圓外冪性質與直角三角形母子相似性質推得勾股定理。

1. 利用圓外冪性質，推導出關係式。

由圓外冪性質可知$\overline{AE}\times\overline{AD}=\overline{AF}\times\overline{AB}$ （令$\overline{AB}=c,\overline{CA}=b,\overline{CB}=a$），所以

$$(\overline{AC}-\overline{CE})\times(\overline{AC}+\overline{CD})=(\overline{AB}-\overline{FB})\times\overline{AB}$$

得到

$$(b-a)\times(b+a)=(c-\overline{2B}\,H)$$

2. 利用直角ΔABC的母子相似性質推得$\overline{BH}$。

因為$\angle ACB=90^\circ=\angle BHC$，所以由母子相似性質可推得

$$\overline{BC}^2=\overline{BH}\times\overline{BA},\ 即\ a^2=\overline{BH}\times c$$

得到

$$\overline{BH}=\frac{a^2}{c}$$

3. 由 1 , 2 可知

$$(b-a)\times(b+a)=(c-2\cdot\frac{a^2}{c})\times c$$

得到

$$b^2 - a^2 = c^2 - 2 \quad c$$

即

$$a^2 + b^2 = \quad c.$$

【註與心得】

1.來源：

2.心得：此題證明藉由作圖，作出圓，及直角三角形，再利用割線的圓外冪性質，及母子相似性質，推導出勾股定理證明。因為作圖清晰簡單，證明過程僅是運算的推導，因此對於國中生而言算是相當容易理解。

3.評量

國中	高中	教學	欣賞	美學
●		●		

4.補充：

(1) 特例：若$b=a$時，點A,E,F恰好重合，上述推導過程依然成立，即$c^2=2a^2$。

(2) 藉由連接$\overline{BE},\overline{DF}$，可得$\Delta AFD \sim \Delta AEB$，而得到對應邊的比例關係，$\overline{AD}:\overline{AB}=\overline{AF}:\overline{AE}$，即$\overline{AE}\times\overline{AD}=\overline{AF}\times\overline{AB}$(即圓外冪性質)。