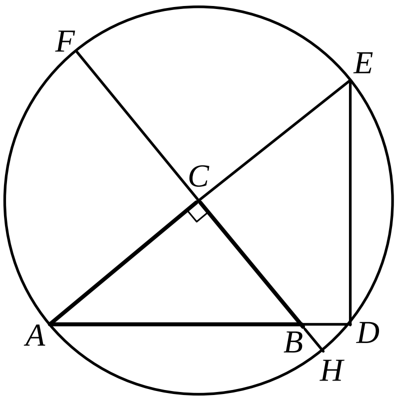
勾股定理證明-A070

【作輔助圖】

1. 以任意長 $\overline{AE}=2\overline{AC}$ 為直徑作圓。

2. 作任意直角 ΔABC，並分別延長 $\overrightarrow{AB}$ 與 $\overleftrightarrow{CB}$，交圓於點 D 與點 H、點 F。

3. 連接弦 $\overline{DE}$。



【求證過程】

此題先證明三角形相似，進而得到對應邊的比例關係式，再利用旋轉的概念使 D 點與 H 點重合，進而推得勾股定理的關係式。

1. 先證明 $\Delta ABC \sim \Delta AED$，得到對應邊成比例。

   因為 $\angle BAC=\angle EAD, \angle ACB=90^\circ=\angle ADE$，可得 $\Delta ABC \sim \Delta AED$ (AA 相似)，所以

   $$\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AC}:\overline{AD}$$

   因為 $\overline{AB}:\overline{AE}=\overline{AC}:\overline{AD}$，令 $\overline{AB}=c, \overline{CA}=b, \overline{CB}=a$，可推得 $c:b+\overline{CE}=b:c+\overline{BD}$，

   所以

   $$\begin{aligned} c(c+\overline{BD}) &= b(b+\overline{CE}) \\ &= b^2+b\times\overline{CE} \\ &= b^2+\overline{CH}^2 \end{aligned}$$

2. 以點 A 為中心，將 $\overline{AD}$ 旋轉至點 D 與點 H 重合，可得 $\overline{BD}=0, \overline{CH}=\overline{CB}=a$，所以

   $$c(c+0)=b^2+a^2$$

   即

   $$c^2=a^2+b^2.$$

【註與心得】

1.來源：此證明出自以下書籍及期刊

Department of Mathematics.. (1888). Journal of Education, 27(21), 327.

Heath’s Mathematical Monographs, 1900, No. 2, p. 28.

Pythagorean Theorem. *The American Mathematical Monthly*, *5*(3), 300.

2.心得：此題的作圖方式清晰易懂，透過相似三角形，可得對應邊成比例的關係式。由作圖可知 C 為圓心，且 $\overline{FH} \perp \overline{AE}$ ，所以 H 為 AHE 的中點，再利用旋轉概念使點 D 與點 H 重合，造就一個特例出來，進而推得勾股定理。這樣的假設方式對於國中生而言較為抽象，但就此題而言卻也提供了一個較簡單易懂的示範。

3.評量

國中	高中	教學	欣賞	美學
●		●	●	

4.補充：