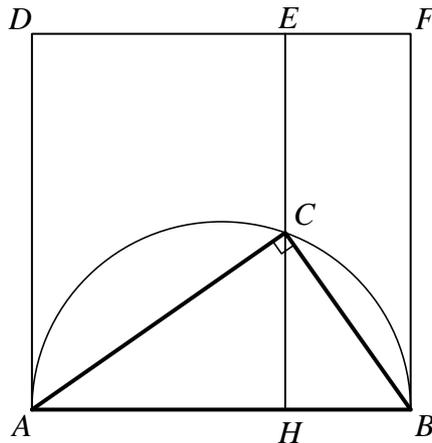


勾股定理證明-A056

【作輔助圖】

1. 以 \overline{AB} 為半徑作一半圓，並在半圓上取 C 點。
2. 連接 \overline{AC} ， \overline{BC} 。
3. 以 \overline{AB} 為邊長作一正方形 $ABFG$ ，並過 C 點作 $\overline{EH} \perp \overline{AB}$ 。



【求證過程】

在半圓內作直角三角形 ABC ，並以 \overline{AB} 為邊向內作一正方形，先說明直角三角形 ABC 的母子相似性質，再利用正方形 $ABFG$ 的面積等於矩形 $HBFE$ 的面積與矩形 $AHED$ 的面積和，來推出勾股定理的關係式。

1. 先說明直角 $\triangle ABC$ 的母子相似性質。

因為 C 是圓上一點，所以 $\angle ACB = 90^\circ$ ，且 $\overline{CH} \perp \overline{AB}$ ，所以

$$\overline{CB}^2 = \overline{BH} \times \overline{AB} \quad \text{且} \quad \overline{AC}^2 = \overline{AH} \times \overline{AB}$$

2. 利用矩形 $HBFE$ 和矩形 $AHED$ 可拼合成正方形 $ABFG$ ，推得勾股定理的關係式。

因為正方形 $ABFG$ 的面積 $= \overline{AB}^2$

$$\begin{aligned} &= \text{矩形 } HBFE + \text{矩形 } AHED \\ &= \overline{HB} \times \overline{BF} + \overline{AH} \times \overline{AD} \\ &= \overline{HB} \times \overline{BA} + \overline{AH} \times \overline{AB} \quad (\text{因為 } ABFG \text{ 為正方形}) \\ &= \overline{CB}^2 + \overline{AC}^2。 \end{aligned}$$

所以

$$\overline{AB}^2 = \overline{CB}^2 + \overline{AC}^2 \text{。}$$

即

$$a^2 + b^2 = c^2 \text{。}$$

【註與心得】

1.來源：這個證明出自於以下期刊：

Arthur R. Colburn, LL.M. (1910). The Pons Asinorum II— New solution of the Pythagorean Theorem, *Scientific American Supplement*, 70, 383.

此證明是 Richard A. Bell 在 1933 年 11 月 18 日想出來的，並且在 1938 年 2 月 28 日告訴魯米斯(E.S. Loomis)的。

2.心得：此證明乃利用母子相似性質，以及正方形面積與矩形面積間的關係，就能順利推導出勾股定理的關係式，對於國中生而言相當容易理解。

3.評量

國中	高中	教學	欣賞	美學
●		●		