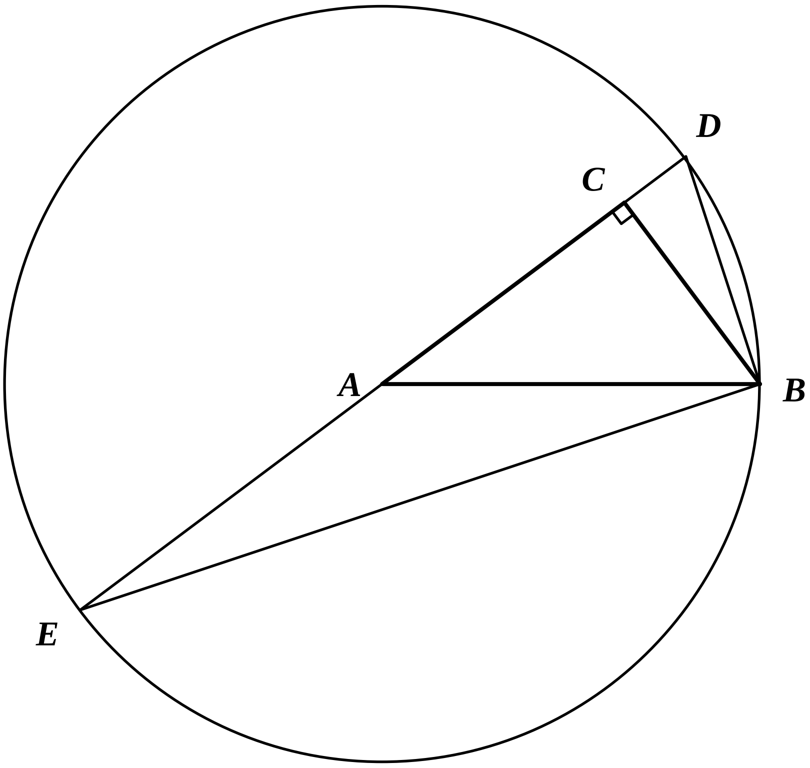
勾股定理證明-G247

【作輔助圖】

1. 以A為圓心，$\overline{AB}$為半徑作圓Γ，並延伸$\overrightarrow{AC}$交Γ於D，另一邊延伸$\overrightarrow{CA}$交Γ於E，因此$\overline{DE}$為圓的直徑。
2. 連$\overline{BD}$、$\overline{BE}$。



【求證過程】

我們利用直徑所對的圓周角是直角的特性，再透過子母相似性質，加上一點簡單的代數操作，就可以輕易地得到畢氏定理的關係式。

1. 令$\overline{AB}=c, \overline{BC}=a, \overline{AC}=b,$ 因為$\Delta EBC \sim \Delta BDC$ (子母相似), 所以我們有
$$\overline{EC}/\overline{BC}=\overline{BC}/\overline{CD}.$$
2. 又其中$\overline{EC}=\overline{EA}+\overline{AC}=c+b$, 以及$\overline{CD}=\overline{AD}-\overline{AC}=c-b.$
1. 我們可以得到$\overline{EC}/\overline{BC}=\overline{BC}/\overline{CD}$,

   接著作出以下推論：
$$\Rightarrow c+b/a=a/c-b$$
$$\Rightarrow (c+b)(c-b)=a\cdot a$$
$$\Rightarrow c^2-b^2=a^2$$
$$\Rightarrow a^2+b^2=c^2,$$

   此即為畢氏定理關係式.

【註與心得】

1. 來源：由 Loomis 的《勾股定理》，幾何篇中的編號第 247 號化簡的結果。
2. 心得：此證明利用到圓及子母相似形，並且使用到一點代數的操作，是相當適合國高中學生學習的一個證明方式。
3. 評量：

國中	高中	教學	欣賞	美學
●		●		

4. 補充：在數學能力指標中，有這麼一項：

   S-4-17：能理解圓的幾何性質。

   以及另一項：

   S-4-15：能理解三角形和多邊形的相似性質，並應用於解題和推理。

   這個證明輕巧簡潔的關鍵就在應用圓的性質以及相似形的已知性質。