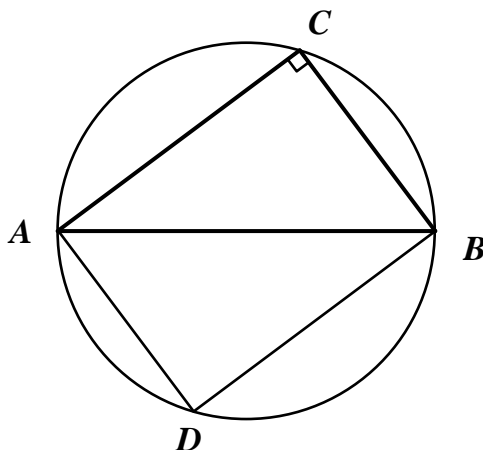


勾股定理證明-Bog021

【作輔助圖】

1. 以直角三角形 ABC 的斜邊 \overline{AB} 為直徑作圓。
2. 過 A 作直線平行於 \overline{BC} ，交圓於 D ，連 \overline{BD} 。



【求證過程】

先以輔助線作出圓及其內接長方形 $ACBD$ ，根據托勒密定理(Ptolemy's Theorem)，圓內接任意四邊形的兩組對邊乘積和等於對角形的乘積。就可以輕易地證出畢氏定理關係式。

1. 因為 \overline{AB} 是圓的直徑，所以 $\angle ADB = 90^\circ$ 。
2. 因為 \overline{AD} 與 \overline{BC} 平行，所以

$$\angle CBA = \angle BAD \text{ (內錯角相等).}$$

3. 因為

$$\angle CAD = \angle CAB + \angle BAD = \angle CAB + \angle ABC = 90^\circ,$$

所以四邊形 $ACBD$ 為長方形，並且 $\overline{CD} = \overline{AB}$ 。

4. 根據托勒密定理，

$$\overline{AC} \times \overline{BD} + \overline{AD} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{CD},$$

但因為四邊形為長方形，所以有

$$\overline{AC} \times \overline{AC} + \overline{BC} \times \overline{BC} = \overline{AB} \times \overline{AB},$$

也就是畢氏定理關係式

$$\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 = \overline{AB}^2.$$

【註與心得】

1. 來源：此證明收錄在網站(Cut the Knot)中 Pythagorean Theorem Proof #21。
2. 心得：根據現在的中學課程綱要，數學科當中沒有學習托勒密定理。所以如果以這個證明的教學來說，主要應該是要先能教學生托勒密定理，再來引述這個定理輕鬆地證明畢氏定理。

3. 評量：

國中	高中	教學	欣賞	美學
		●	●	

4. 補充：在數學能力指標當中，有這麼幾項：

S-4-17：能理解圓的幾何性質。

以及

S-4-13：能理解特殊四邊形(如正方形、矩形、平行四邊形、菱形、梯形)
與正多邊形的幾何性質。

而托勒密定理正是圓內接四邊形的幾何性質，這裡適合利用這個機會向學生補充，也可以透過勾股定理對這個定理的敘述加強記憶。