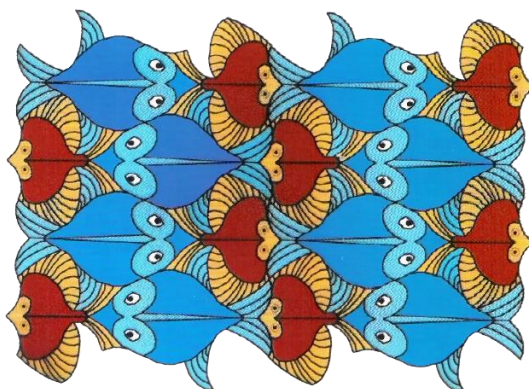


E046 兩隻魚工作單

撰稿：蘇章瑋

引言：《E046 兩隻魚》是荷蘭版畫家艾薛爾在1942年5月所作的一幅作品，作品中兩隻魚使用藍色與橙色來著色，並以黑色線條描框，主要繪畫工具為水彩、色鉛筆與印度墨水。影片中的封面圖是《M. C. Escher: Visions of Symmetry》書中，針對此幅作品將其重新繪製為超對稱化(hypersymmetric)的排列方式圖，如下圖所示：



在原始作品裡，艾薛爾在其中註記道：「有顯然對稱的特性。」並又讓魚兒之間的鑲嵌方式具有四種不同的鑲嵌角度。而上圖所示的封面圖中只使用到了其中兩種排列來鋪滿平面。讓我們趕快往下欣賞《E046 兩隻魚》精采的影片，一同來探究小小魚兒們隱藏的奧妙吧！

請在電腦上點選《E046 兩隻魚.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始播放。

一、兩隻魚的數學與藝術

我們可以把兩隻魚的影片分成如下的四幕：

第一幕：影片由矩形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這矩形正是兩隻魚的數學骨架。

第二幕：將數學舞台的一個矩形放大，從這矩形剪下三小塊後，依數學原理的平移與翻轉後貼到正確的位置，再畫上分界線，即裁貼出兩隻魚。

第三幕：將兩隻魚外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度將表演的兩隻魚們互相密合。

第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將兩隻魚一隻一隻放到數學骨架上的正確位置進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿就是所謂的鑲嵌或密鋪。

1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？
 三角形 正方形 矩形
2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？
 平移 旋轉 翻面
3. 影片中有幾種顏色的兩隻魚？
 兩種 三種 四種

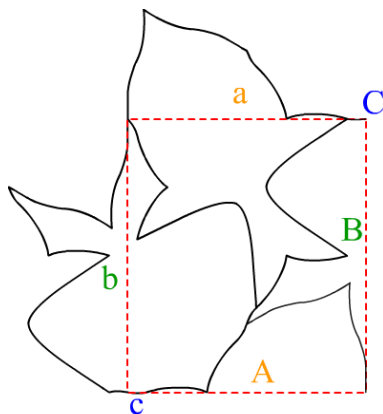
4. 鋪滿數學舞台的兩隻魚們有哪些特色？

- 不重疊 無空隙 外形都一樣

二、如何從數學骨架裁貼出兩隻魚

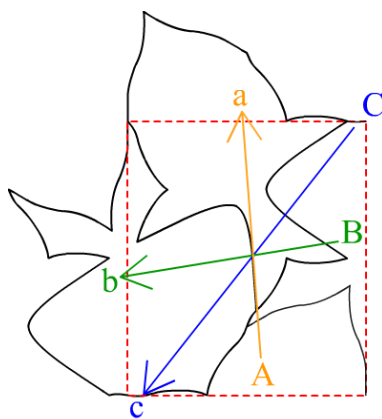
綜合下面兩個方式即可裁貼出兩隻魚，方式如下：

甲、將三角形剪下三個小區塊 A, B, C，並將這三個小區塊貼到正確的位置上，即 $A \rightarrow a$ ； $B \rightarrow b$ ； $C \rightarrow c$



乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的平移、旋轉與翻轉：

- (1) $A \rightarrow a$ ：將 A 區塊向上平移並左右翻面到 a
- (2) $B \rightarrow b$ ：將 B 區塊向左平移並上下翻面到 b
- (3) $C \rightarrow c$ ：將 C 區塊向下平移並左右翻面到 c

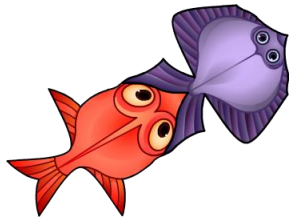


裁貼出兩隻魚後可以發現：矩形的其中兩組頂點恰在扁魚的尾巴以及扁魚的鰭上，這就是兩隻魚在數學骨架上的正確位置。

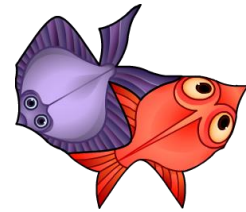
三、真的是兩隻魚磁磚嗎

由藝術表演可以知道經過數學原理形成的兩隻魚可以互相密合，其中尖魚與扁魚密合方式有四種，而且尖魚之間沒有相鄰：

(1) 同向的密合



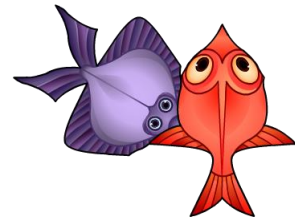
(2) 反向的密合



(3) 面向60度角的密合



(4) 面向120度角的密合

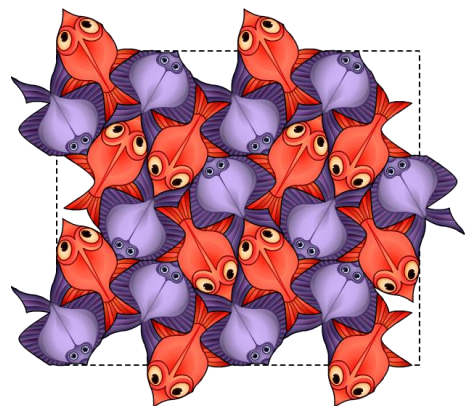
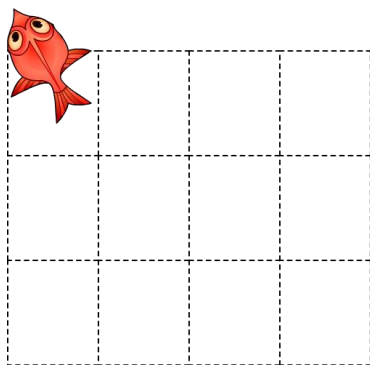


有了這四種密合方式，就可以將兩隻魚磁磚密鋪在平面上了。

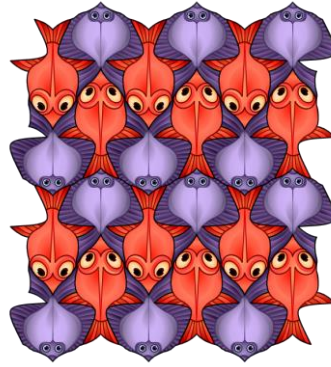
四、兩隻魚的鑲嵌圖

甲、兩隻魚的鑲嵌圖

透過了解兩隻魚在數學骨架上的正確位置及四種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出兩隻魚鑲嵌圖，左下圖是先將一隻尖魚放在數學骨架上的正確位置，其他的魚除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一按照四種密合方式密鋪。



左下圖為兩隻魚的原圖，右下圖則為我們美工後並重新排列出的作品。在艾薛爾的原圖中，並沒有做到完全的對稱，故取數學骨架時有再略作調整。



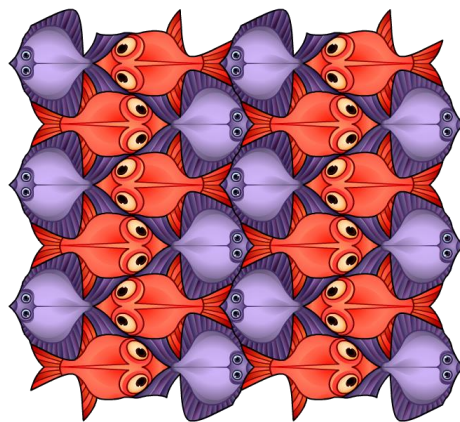
乙、兩隻魚拼圖遊戲

看到這裡是否對兩隻魚鑲嵌有更進一步的了解，下面是為大家精心準備好玩且有趣的兩隻魚拼圖遊戲，請再仔細觀察兩隻魚鑲嵌圖的排列方式，遊戲開始囉！

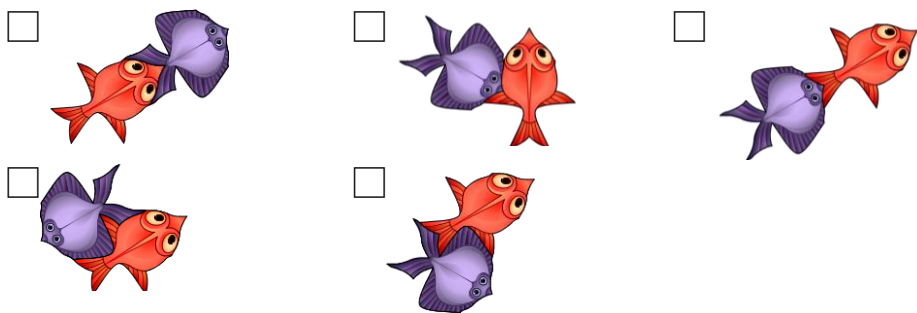
請在電腦上點選《E056 兩隻魚拼圖.exe》進入拼圖的首頁，
並按左上角的 Q 版圖開始遊戲。

E046 兩隻魚回饋單

1. 根據你的經驗，你在哪裡看過這種上下相間的矩形密鋪呢？
2. 請你回想一下，動畫中每一隻魚周遭圍繞著幾隻魚呢？
 3隻 4隻 5隻 6隻
3. 請你回想一下，艾薛爾的原圖中，尖魚與扁魚之間的鑲嵌方式共使用了幾種呢？
 3種 4種 5種
4. 下圖為重新排列之後的作品，尖魚與扁魚之間的鑲嵌方式共使用了幾種呢？
 3種 4種 5種



5. 承上題4，請問下列哪些鑲嵌方式沒有被使用到？



6. 關於影片(含拼圖遊戲)與本工作單的教材，你給予幾分(最多10分，最少0分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：