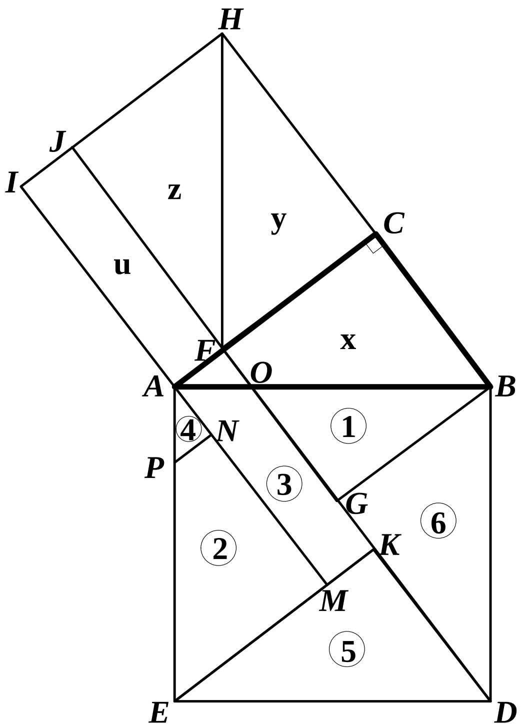
勾股定理證明-G114

【作輔助圖】

1. 以 $\overline{AB}$ 為邊，向外作一正方形 $ABDE$，以 $\overline{BC}$ 為邊，向內作一正方形 $BCFG$，以 $\overline{AC}$ 為邊，向外作一正方形 $ACHI$。
2. 同前項 G113 附圖中的輔助線，進一步將正方形 $ABDE$ 各切割部分加以編號。
3. 將四邊形 $BCFO$ 編號為 x，三角形 CHF 編號為 y，三角形 FHJ 編號為 z，矩形 $AFJI$ 編號為 u。



【求證過程】

上述作圖過程中，將正方形 $ABDE$ 分割成六區塊，透過圖形的平移及旋轉或翻轉，將此六區塊移動至另外兩個正方形，從三個正方形之間的面積關係，可推得勾股定理關係式。

1. 移動正方形 $ABDE$ 的分割部分至另外兩個正方形：

   由圖形可知正方形 $ABDE$ 可分成六個部分，即

   $$ABDE = ①+②+③+④+⑤+⑥.$$

   透過圖形的平移旋轉，將圖中的第 2 部分以 A 點為中心旋轉 $90°$ 後移動到 x 部分，將第 5 部分以 D 點為中心旋轉 $90°$ 後移動到 y 部分，第 6 部分平移到 z 部分，將第 4 部分以 A 點為中心旋轉 $90°$ 移動到三角形 AOF，接著將第 3 及第 4 部分平移到 u 部分。
2. 透過上述第 1 點的移動過程，我們可將正方形的六個部分，分別移動至正方形 $BCFG$ 及正方形 $ACHI$，其中第 1 部分為正方形 $ABDE$ 及正方形 $BCFG$ 的共同部分，綜合以

上圖形的移動，可知：

$$\square ABDE = ①+②+③+④+⑤+⑥$$
$$= (① + x) + (u + y + z)$$
$$= \square BCFG + \square ACHI.$$

3. 整理第 2 點的結果，找出直角三角形 ABC 三邊長關係：

因為正方形 $ABDE$ 邊長為 $\overline{AB}$，正方形 $BCFG$ 邊長為 $\overline{BC}$，正方形 $ACHI$ 邊長為 $\overline{AC}$,所以由第 2 點結論可推得

$$\overline{AB}^2 = \overline{BC}^2 + \overline{AC}^2,$$

即

$$c^2 = a^2 + b^2.$$

【註與心得】

1. 來源：根據魯米斯(E.S. Loomis)在他的著作《勾股定理》中說：這個證明是他在 1933 年 12 月 19 日想到的。
2. 心得：此證明與 G113 完全相同，差別在於創作者將此證明圖形中各部分編號，運用各編號圖形的全等關係做拼湊，找出三個正方形的關係，同樣透過圖形割補讓學生拼圖實作即可體驗勾股定理的意義。
3. 評量：

國中	高中	教學	欣賞	美學
●		●		