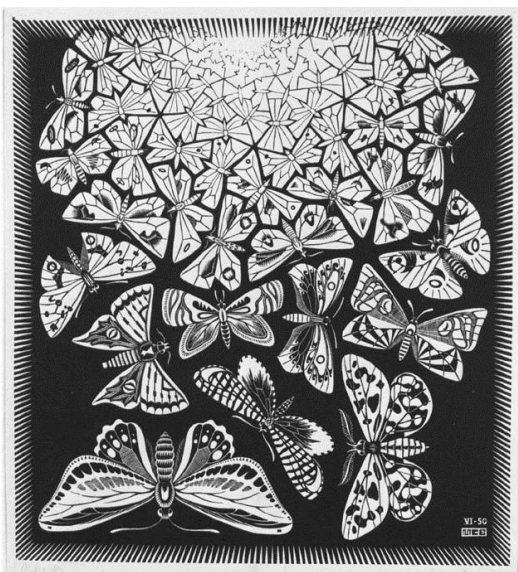


蝴蝶工作單

撰稿：蘇章瑋

引言：《蝴蝶》是荷蘭版畫家艾薛爾在1950年為Philips公司的天花板所繪製的一幅圓盤形水彩作品，作品中共計有192隻蝴蝶，每隻蝴蝶除了黑白底色之外，還用了紅、藍、黃、綠四種顏色組合。主要繪畫工具為水彩。影片中的封面圖是艾薛爾在同年所創作的另一幅版畫《蝴蝶》(Butterflies)，作品如下圖一所示：



圖一



圖二

版畫《蝴蝶》是取材自圖二所示的水彩畫《蝴蝶》中的一部分。版畫《蝴蝶》作品所展示的，是蝴蝶們從上方的空白開始，逐漸分裂飛出，並轉化為一隻蝴蝶的過程，而這正是水彩畫《蝴蝶》圓盤中擷取出的一個半圓，並向下延伸所得的結果。在水彩畫《蝴蝶》作品中，可以看到在圓盤中的192隻蝴蝶們各自以不同地美妙色彩環繞成一個個大小不一的小圓圖案，你能看出牠們重複的規律是怎麼樣排列出來的嗎？讓我們來往下一探究竟吧！

請在電腦上點選《E 蝴蝶.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

一、蝴蝶的數學與藝術

我們可以把蝴蝶的影片分成如下的四幕：

第一幕：影片由不等大小的鳶形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這鳶形正是一組蝴蝶的數學骨架。

第二幕：將數學舞台的一個鳶形放大，從這鳶形剪下四小塊後，依數學原理的旋轉及縮放後貼到正確的位置後，再由內部分割，即裁貼出六隻一組的蝴蝶。

第三幕：將蝴蝶的外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度將表演的蝴蝶們互相密合。

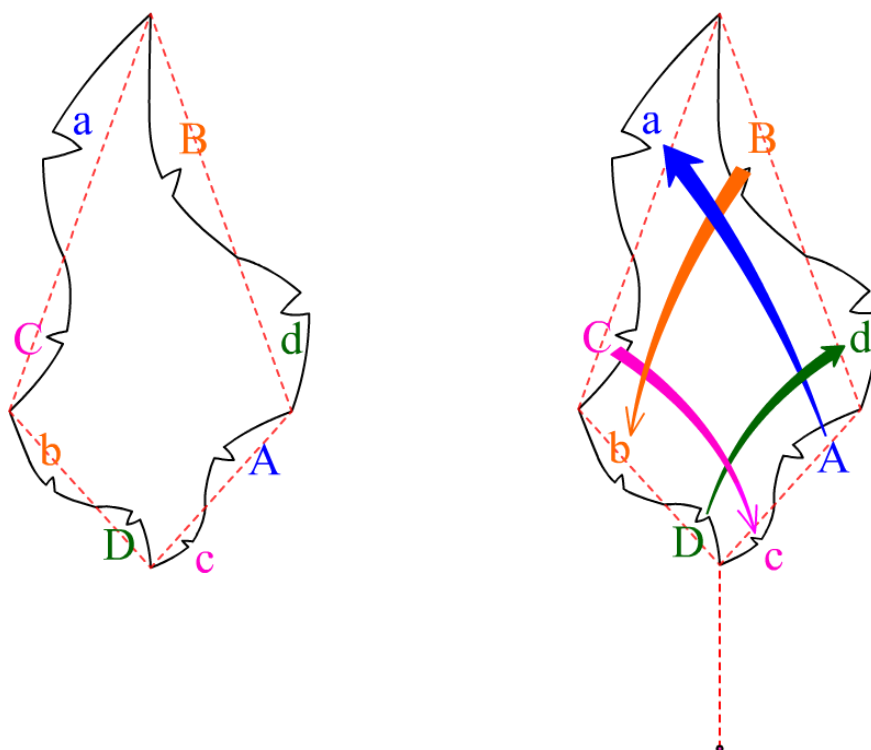
第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將大小不同的蝴蝶一隻一隻放到數學骨架上的正確位置進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿就是所謂的鑲嵌或密鋪。

1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？
 三角形 菱形 鳶形
2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？
 平移 旋轉 翻面 縮放
3. 影片中的蝴蝶有幾種顏色？
 兩種 三種 四種
4. 鋪滿數學舞台的蝴蝶們有哪些特色？
 不重疊 無空隙 外形都一樣大

二、如何從數學骨架裁貼出蝴蝶

綜合下面兩個方式即可裁貼出蝴蝶，方式如下：

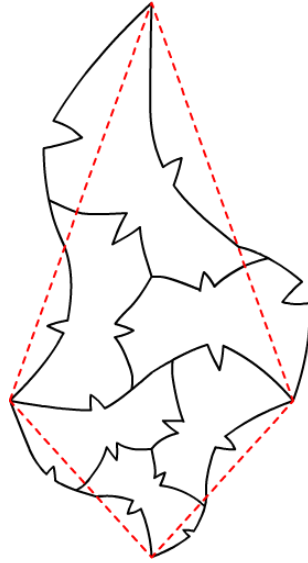
甲、將鳶形剪下四個小區塊 A, B, C, D，並將這四個小區塊經由縮放與旋轉後貼到正確的位置上，即 $A \rightarrow a$; $B \rightarrow b$; $C \rightarrow c$; $D \rightarrow d$



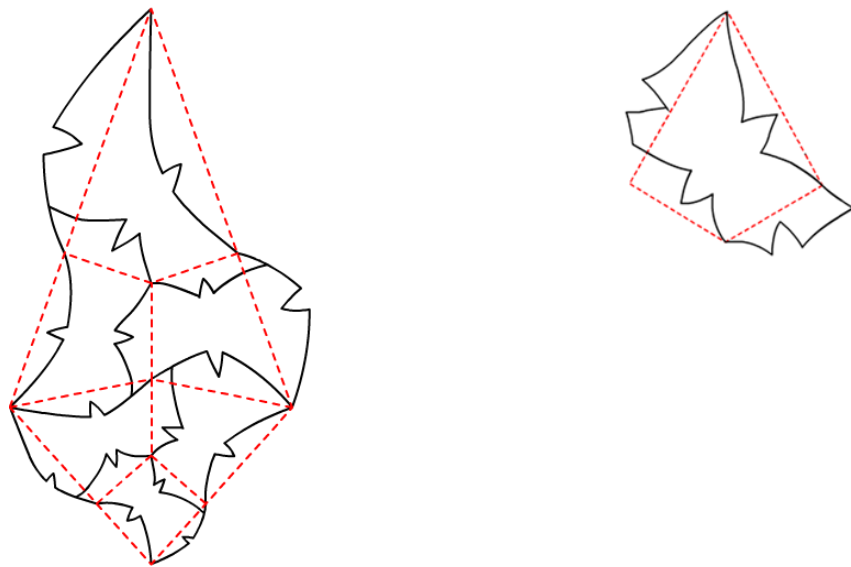
乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的縮放與旋轉：

- (1) $A \rightarrow a$ ：將 A 區塊以下方紅點為中心放大2倍並旋轉到 a
- (2) $B \rightarrow b$ ：將 B 區塊以下方紅點為中心縮小2倍並旋轉到 b
- (3) $C \rightarrow c$ ：將 C 區塊以下方紅點為中心縮小2倍並旋轉到 c
- (4) $D \rightarrow d$ ：將 D 區塊以下方紅點為中心放大2倍並旋轉到 d

丙、內部又該如何分割呢，我們將每個數學骨架內部畫上分隔線，可裁接出六隻形狀不一的蝴蝶，如下圖所示。



丁、左下圖為將鳶形數學骨架中六隻蝴蝶外再各自加上一個四邊形的外框，右下圖則為艾薛爾的另一幅等大小密鋪作品《E079 蝴蝶》的數學骨架與其裁貼。



仔細比較，圓盤水彩畫《蝴蝶》中所切割出蝴蝶形狀，與《E079 蝴蝶》的數學骨架是極為類似的，甚至可以說這六隻蝴蝶的數學骨架都是由《E079 蝴蝶》的數學骨架所變形而來的。

裁貼出蝴蝶後可以發現：鳶形的四個頂點都接在蝴蝶的左翅頂端。這就是蝴蝶在數學骨架上的正確位置。

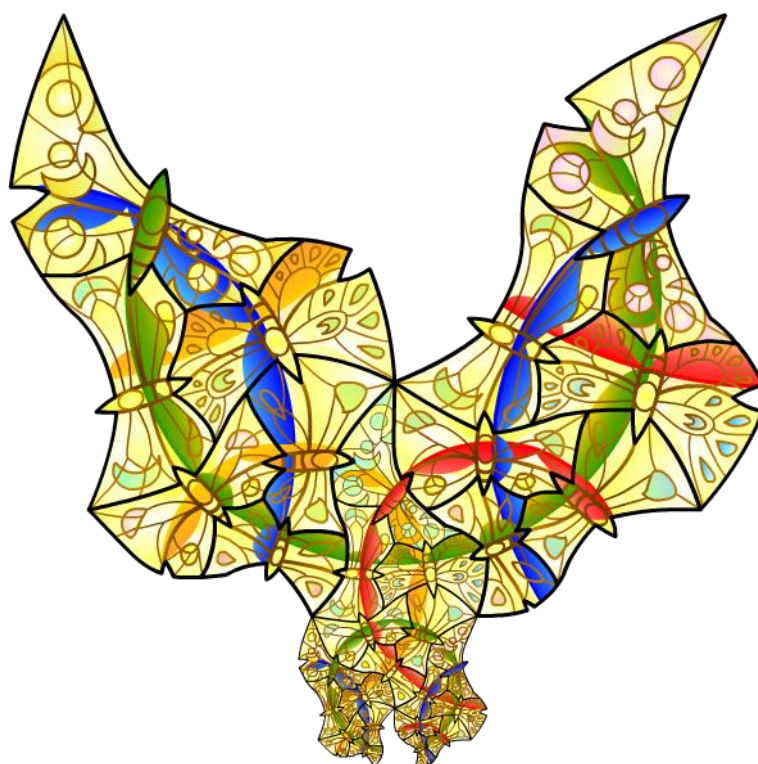
三、真的是蝴蝶磁磚嗎

由藝術表演可以知道經過數學原理形成的蝴蝶們可以互相密合，其密合方式有兩類，我們看看下面兩圖：

(1) 六隻形狀不一的蝴蝶合成為一組



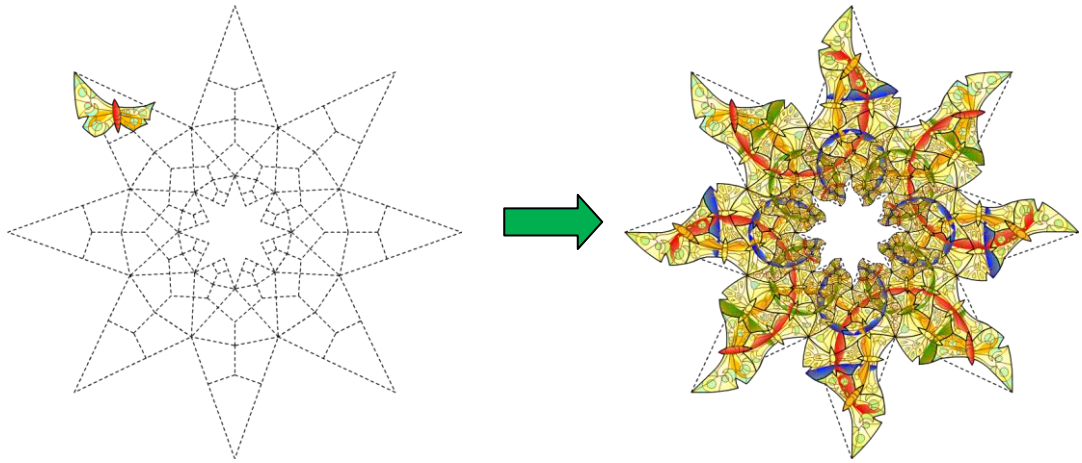
(2) 各組蝴蝶相互鑲嵌的方式：



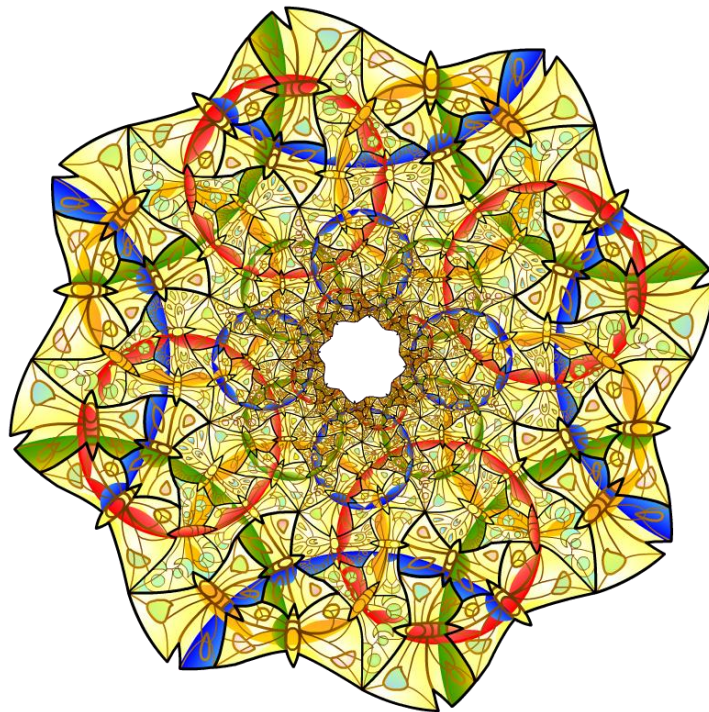
以這種密合方式，就可以將蝴蝶磁磚密鋪在平面上了。

四、蝴蝶的鑲嵌圖

透過了解蝴蝶在數學骨架上的正確位置及兩類種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出蝴蝶鑲嵌圖，左下圖是先將一隻蝴蝶放在數學骨架上的正確位置，其他的蝴蝶除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一縮放後按照密合方式密鋪。



關於艾薛爾的《蝴蝶》美工圖，如下圖所示：



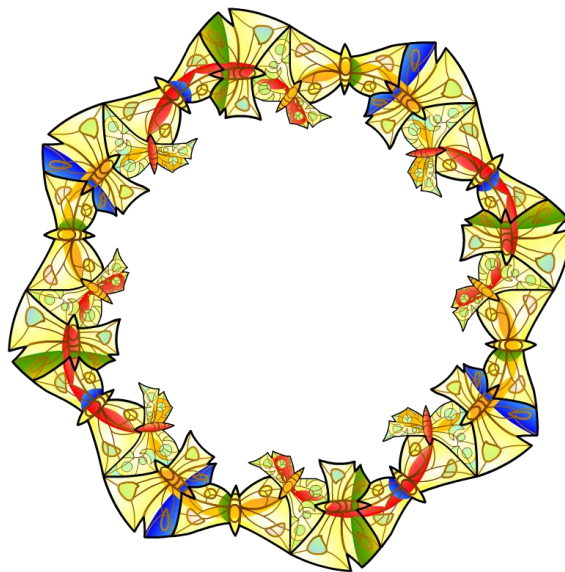
由配色方法去看牠們所圍繞出的小圓，總共可以看到每一隻蝴蝶身上除了線條與底色之外，共有三色分布於軀幹、下翅與上翅斑點，恰好為組合數 4 取 3 共 24 種顏色組合，也就是說在原作品的 192 隻蝴蝶中，可分為 24 隻不同顏色的蝴蝶，是以 4 次環繞與 2 次縮放所計算出來的結果。

E 蝴蝶回饋單

1. 請你回想一下，每一隻蝴蝶周遭圍繞著幾隻蝴蝶呢？

- 3 隻 4 隻 5 隻 6 隻

2. 是否有相鄰的兩隻蝴蝶的大小或形狀是一模一樣的呢？(只接觸於一點的不算)
 是 否
3. 蝴蝶們的表面積與其數學骨架形的面積是否一樣呢？
 是 否 不一定
4. 下圖為以最少數量的蝴蝶環繞一周所成的圖形，仔細數數看，共用了多少隻蝴蝶呢？
 12 隻 16 隻 18 隻 24 隻



5. 同上題，仔細觀察裡面共有幾種不同顏色及形狀的蝴蝶呢？
 3 種 4 種 5 種 6 種

6. 關於影片與本工作單的教材，你給予幾分(最多 10 分，最少 0 分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：