

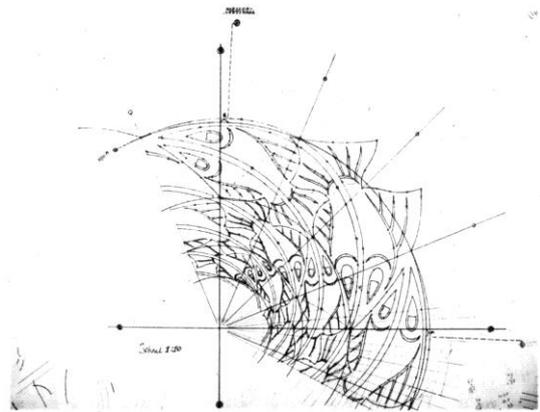
烏得勒支公墓壁畫工作單

撰稿：蘇章瑋

引言：《烏得勒支公墓壁畫》(Aula Mural)是荷蘭版畫家艾薛爾在1958年為荷蘭烏得勒支市(Utrecht)的第三公墓所繪製的一幅壁畫。作品每隻魚的身體使用單一顏色—黑色及白色(底色)，再印製上黑色的紋路，主要的繪圖工具為水彩與粉彩。影片中的封面圖是攝於艾薛爾作畫現場的一張照片，如下圖一所示：



圖一



圖二



圖三

圖二則為艾薛爾在創作此幅壁畫前所擬定的草稿圖。從草圖中可以看出來艾薛爾以同心圓做為最基礎的架構，並將其中四分之一的扇形再畫出四等分線，相當於將兩同心圓之間的圓環分割為16等分，做為此幅作品的格線。在公墓上所繪製的壁畫，意義當然就是在探研究生死，試著比較類似的主題《生命之路》系列，其中如圖三所示的《生命之路 I》其結構模式與《烏得勒支公墓壁畫》看起來相當類似：同樣有向外與向內游動的魚，兩種魚都透過中間的虛無而連接。只不過有個明顯的差異處是，《生命之路》系列的兩種魚的螺線較不明顯，而且互相交會，而《烏得勒支公墓壁畫》的兩種魚的螺線則是完全不會相交。這麼設計是為什麼呢？讓我們透過動畫來一探究竟吧！

請在電腦上點選《E 烏得勒支公墓壁畫.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

一、烏得勒支公墓壁畫的數學與藝術

我們可以把烏得勒支公墓壁畫的影片分成如下的四幕：

第一幕：影片由不等大小的四邊形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這四邊形正是

其中魚的數學骨架。

第二幕：將數學舞台的一個四邊形放大，從這四邊形剪下三小塊後，依數學原理的旋轉、翻面及變形後貼到正確的位置後，再分左半邊與右半邊不同的推移方式，即裁貼出魚。

第三幕：將魚的外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度將表演的魚們互相密合。

第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將大小不同的魚一隻一隻放到數學骨架上的正確位置進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿就是所謂的鑲嵌或密鋪。

1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？

三角形 梯形 菱形 不等邊四邊形

2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？

平移 旋轉 翻面 變形

3. 影片中有幾種顏色的魚？

兩種 三種 四種

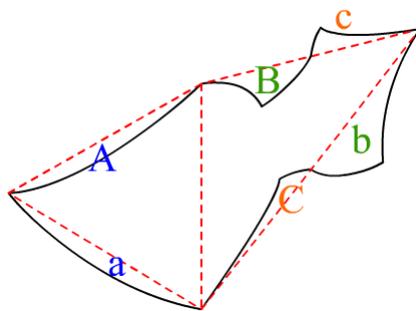
4. 鋪滿數學舞台的魚們有哪些特色？

不重疊 無空隙 外形都一樣大

二、如何從數學骨架裁貼出魚

綜合下面四個方式即可裁貼出魚，方式如下：

甲、將四邊形剪下三個小區塊 A, B, C, 並將這三個小區塊經由翻面、旋轉與變形後貼到正確的位置上，即 $A \rightarrow a$; $B \rightarrow b$; $C \rightarrow c$

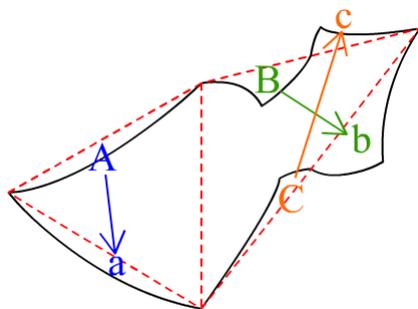


乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的縮放與旋轉：

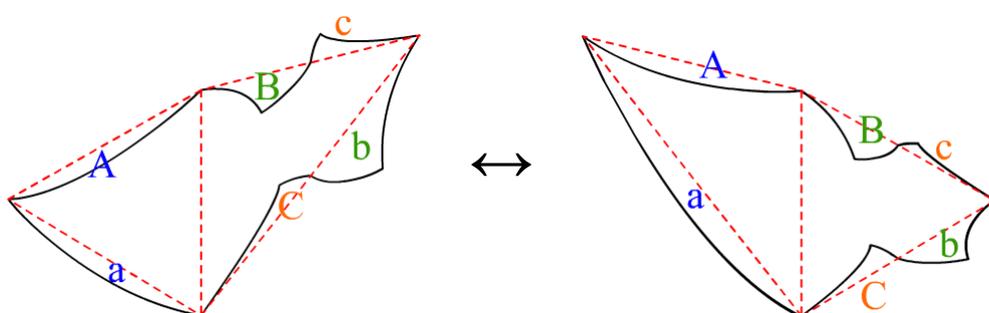
(1) $A \rightarrow a$ ：將 A 區塊左右翻面後，變形並旋轉到 a

(2) $B \rightarrow b$ ：將 B 區塊左右翻面後，變形並旋轉到 b

(3) $C \rightarrow c$ ：將 C 區塊左右翻面後，變形並旋轉到 c

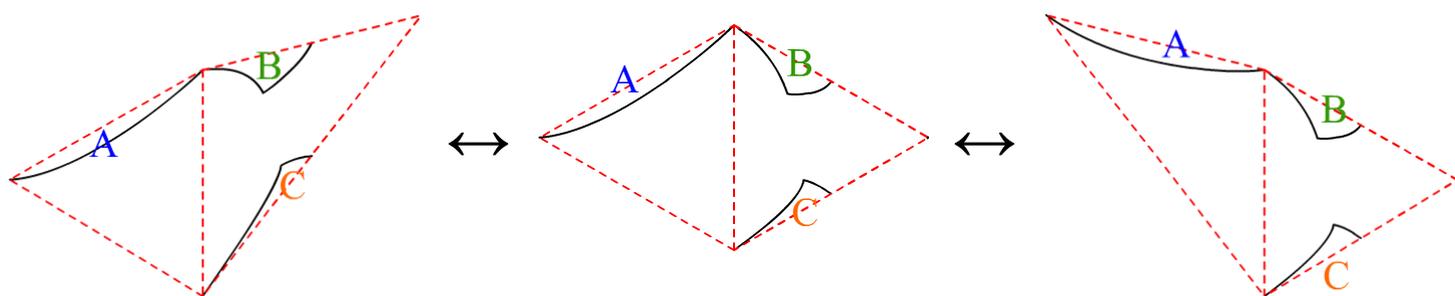


丙、再將此數學骨架的分為左右兩塊，並將左半邊推移成右半邊的形狀，右半邊推移為左半邊的形狀左或向右的偏移，得到頭部或尾部較長的魚，如下圖所示：

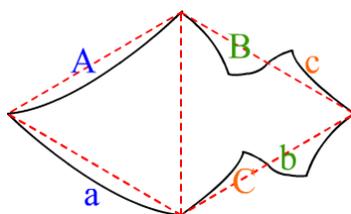


裁貼出魚後可以發現：四邊形的銳角頂點分別在魚的頭部與尾部，鈍角頂點則在兩邊及鰭上。這就是兩種魚在數學骨架上的正確位置。

丁、另外，這兩種數學骨架都是由同一種菱形作為原型，分為左右半邊各自推移而得，如下圖所示：



中間的菱形在裁貼時只會用到平移與翻面，而不會有任何的變形。

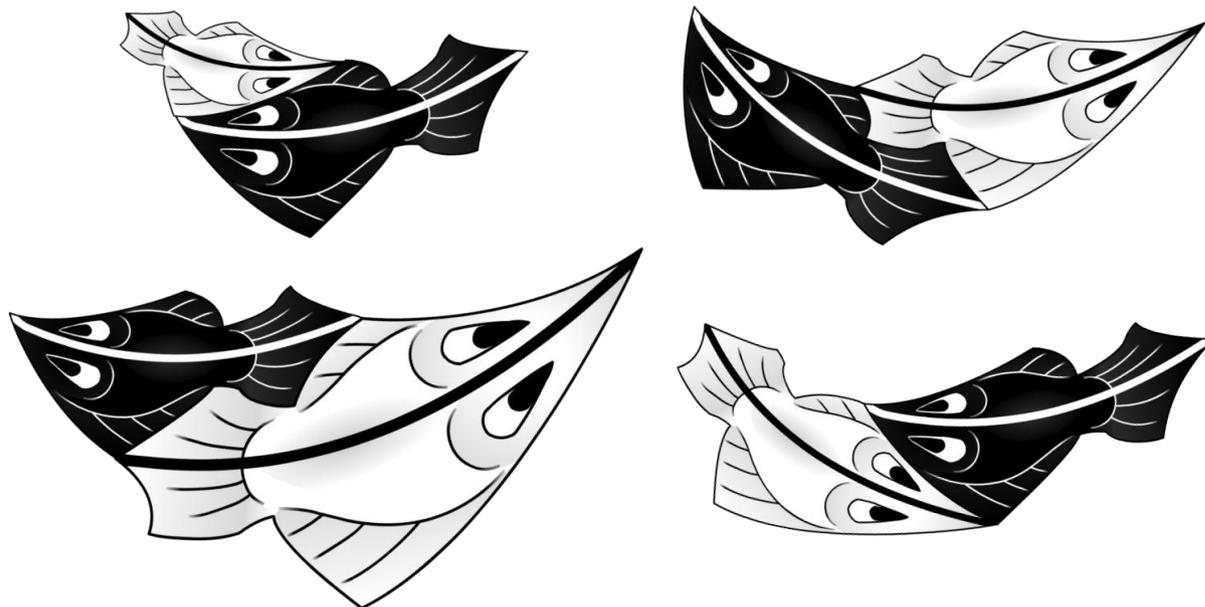


三、 真的是魚磁磚嗎

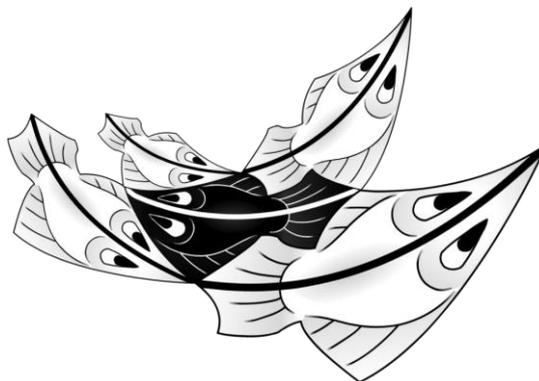
由藝術表演可以知道經過數學原理形成的魚可以互相密合，其密合方式有三種，我們看看下面：

(1) 兩隻不同形狀的魚之間的四種互相密合：

【白魚為頭部較尖長，黑魚為尾部較尖長】



(2) 4隻白色頭部較尖長魚包圍1隻黑色尾部較尖長魚



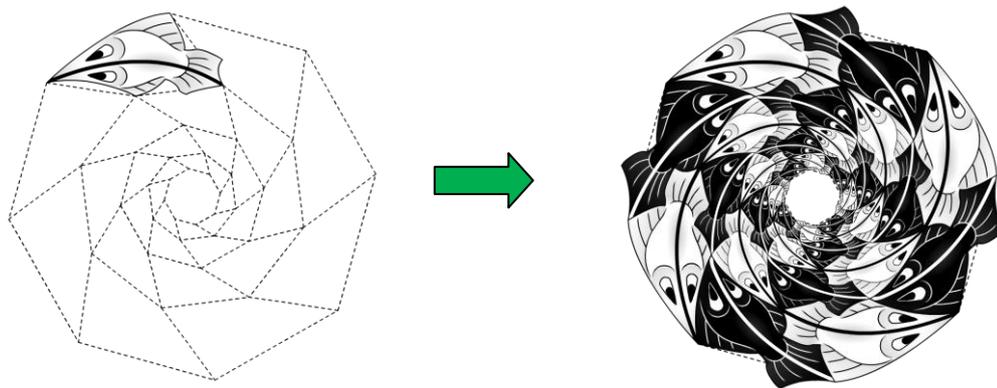
(3) 4隻黑色尾部較尖長魚包圍1隻白色頭部較尖長魚



以這三種密合方式，搭配接合魚的密合，就可以做出烏得勒支公墓壁畫，使魚磁磚密鋪在平面上了。

四、烏得勒支公墓壁畫的鑲嵌圖

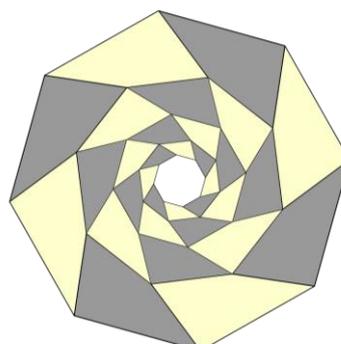
透過了解魚在數學骨架上的正確位置及三種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出烏得勒支公墓壁畫鑲嵌圖，左下圖是先將白魚放在數學骨架上的正確位置，其他的魚除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一縮放後按照密合方式密鋪。



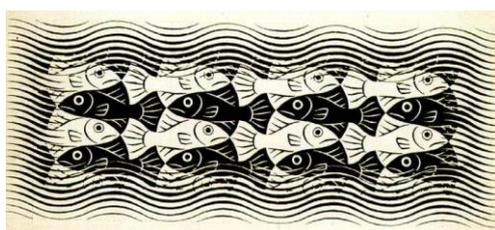
關於艾薛爾的《烏得勒支公墓壁畫》原圖，如下圖一所示：



圖一



圖二



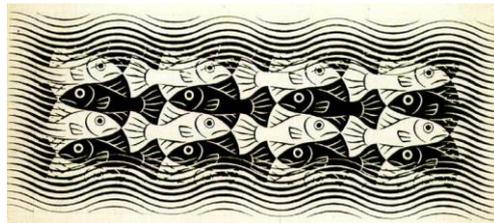
圖三

圖二則是在分析過程所繪製的白灰數學骨架圖，圖三則是艾薛爾的《A13 魚》的設計圖，艾薛爾後期的數幅無限鑲嵌圖都是以這個單一骨架，只使用平移與滑行鏡射的魚作為原型而設計出來的。

《烏得勒支公墓壁畫》有個最特別的地方，在其他以圖形中點為中心的無窮鑲嵌圖中，同樣形狀的魚只會對著中心作縮放，但《烏得勒支公墓壁畫》中無論黑魚或白魚，除了對著中心作縮放之外，還要多旋轉45度（若旋轉90度則會到下一隻同形狀的魚單純縮放後的位置），才能使黑魚或白魚們總共連成兩種共8條互不相交的螺線。

烏得勒支公墓壁畫回饋單

1. 請你回想一下，每一隻魚周遭圍繞著幾隻魚呢？
 3 隻 4 隻 5 隻 6 隻
2. 請你回想一下，最後的鑲嵌圖中總共有幾種不同形狀的魚呢？
 2 種 3 種 4 種
3. 是否有相鄰的兩隻魚的形狀是相似的呢？(只接觸於一點的不算)
 是 否 不一定
4. 魚的表面積與其數學骨架不等邊四邊形的面積是否一樣呢？
 是 否 不一定
5. 下列那張圖的結構與接續方式和《A13 魚》最類似，可以用《烏得勒支公墓壁畫》的變形方式做出相似結構與接續方式的無窮鑲嵌圖？



《A13 魚》

《E019 鳥》



《E032 魚》



6. 關於影片與本工作單的教材，你給予幾分(最多 10 分，最少 0 分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：