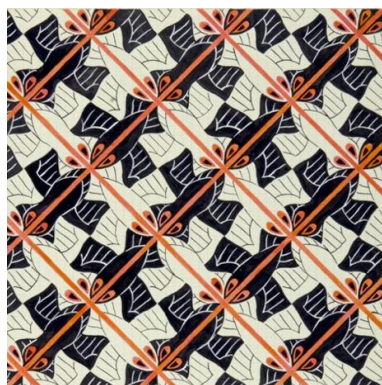


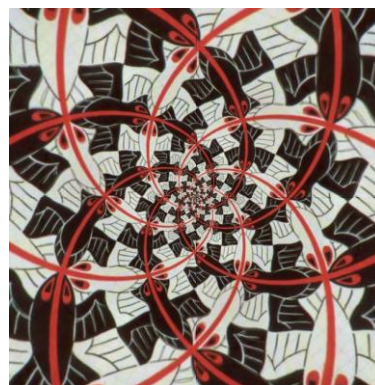
# 生命之路Ⅲ工作單

撰稿：蘇章瑋

引言：《生命之路Ⅲ》(Life of PathⅢ)是荷蘭版畫家艾薛爾在1966年11月所作的一幅木刻版畫，作品每隻魚的身體使用黑色與白色(底色)為主，輔以紅色的線條。影片中的封面圖是艾薛爾在同年8月所創作的另一幅作品《E125 魚》，如下圖一所示：



圖一



圖二

圖二則為明尼蘇達州德盧斯大學數學與統計系的 Joshua Jacobs 所發表的《Factor Group Transformations on Escher Patterns》中，將《E125 魚》的原圖以電腦程式變形後所仿製的《生命之路Ⅲ》，並在文中詳細列出他所使用的變換方式。而我們團隊則是以 Flash 軟體，將《E125 魚》的數學骨架變形後，重新密鋪整個平面。值得注意的地方是，在《E125 魚》中所有的魚皆共用同一種外框，只是外框使用了旋轉以及平移的方式變化。兩種顏色的魚各有兩種繪製方式，所以此作品中總共四隻不同的魚，與前兩幅《生命之路》相比，畫面的變化上相對比較多樣化，而在螺線的數量上也與前兩幅有所差異。在《生命之路Ⅲ》中，最外圍的魚彼此銜接後再回歸到虛無，艾薛爾同樣想要表現的是種從無到有的生命輪迴之路，讓我們趕快來看看它的詮釋方式與前兩幅的差異在哪裡吧！

請在電腦上點選《E 生命之路Ⅲ.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

## 一、生命之路Ⅲ的數學與藝術

我們可以把生命之路Ⅲ的影片分成如下的四幕：

第一幕：影片由不等大小的等腰梯形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這等腰梯形正是其中魚的數學骨架。

第二幕：將數學舞台的一個等腰梯形放大，從這等腰梯形剪下四小塊後，依數學原理的旋轉及縮放後貼到正確的位置後，即裁貼出魚；另外將等腰梯形的上底與下底交換變形後得到另一個魚的外框。

第三幕：將魚的外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度將表演的魚們互相密合。

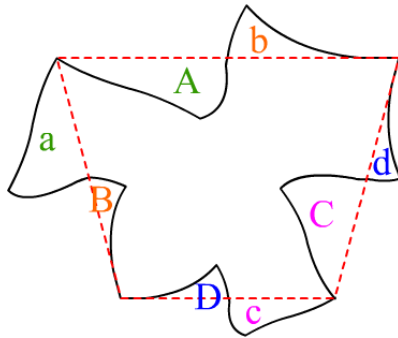
第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將大小不同的魚們一隻一隻放到數學骨架上的正確位置進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿就是所謂的鑲嵌或密鋪。

1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？  
 正方形    菱形    等腰梯形
2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？  
 平移    旋轉    翻面    變形
3. 影片中有幾種顏色的魚？  
 兩種    三種    四種
4. 鋪滿數學舞台的魚們有哪些特色？  
 不重疊    無空隙    外形都一樣大

## 二、如何從數學骨架裁貼出紅魚

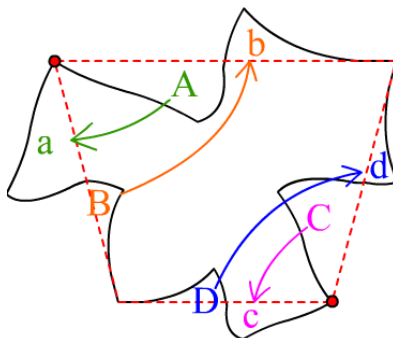
綜合下面三個方式即可裁貼出魚，方式如下：

- 甲、將等腰梯形剪下四個小區塊 A, B, C, D，並將這四個小區塊經由變形與旋轉後貼到正確的位置上，即  $A \rightarrow a$ ； $B \rightarrow b$ ； $C \rightarrow c$ ； $D \rightarrow d$

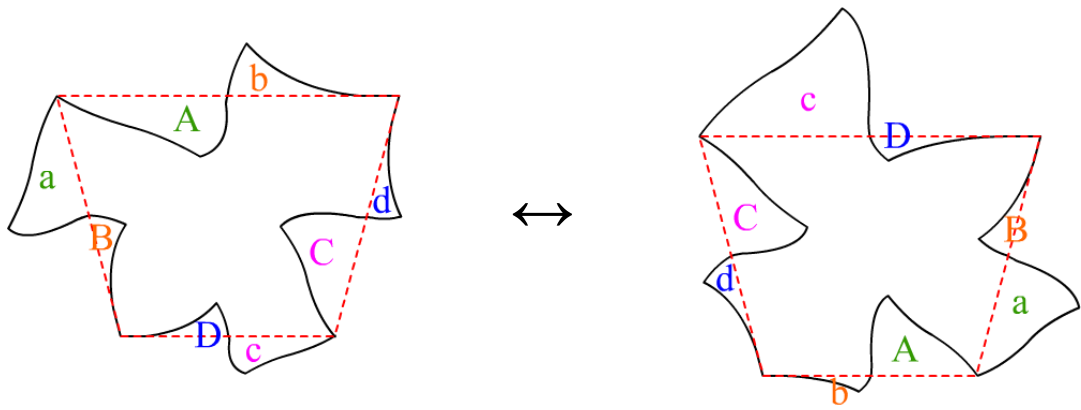


乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的變形與旋轉：

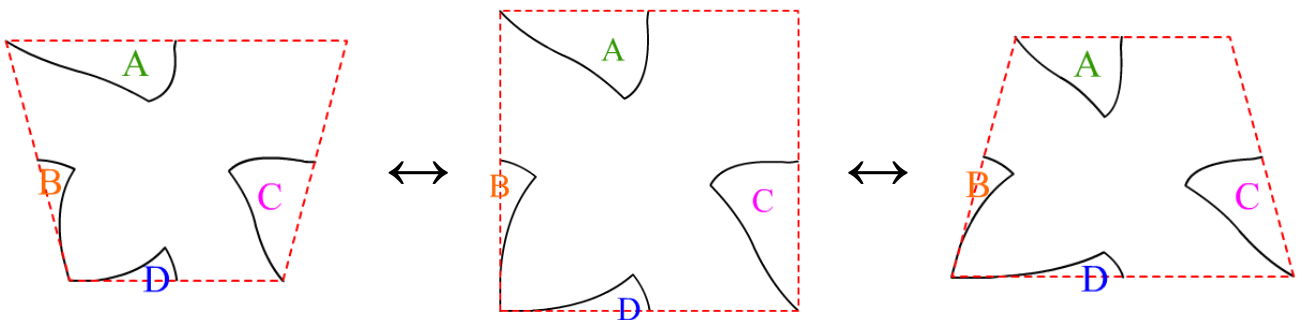
- (1)  $A \rightarrow a$ ：將 A 區塊以左上紅點為中心變形並旋轉到 a
- (2)  $B \rightarrow b$ ：將 B 區塊以左上紅點為中心變形並旋轉到 b
- (3)  $C \rightarrow c$ ：將 C 區塊以右下紅點為中心變形並旋轉到 c
- (4)  $D \rightarrow d$ ：將 D 區塊以右下紅點為中心變形並旋轉到 d



丙、接著，將此數學骨架的由上底到下底的變形方式交換，得到另一種魚的外框。



丁、另外，我們比較一下《E125 魚》與《生命之路Ⅲ》的裁貼，觀察出《生命之路Ⅲ》的數學骨架是由《E125 魚》的數學骨架後向上下兩邊分別變形為等腰梯形的上底與下底而得，如下圖所示：



裁貼出魚後可以發現：不同上下底變形的等腰梯形造成兩種魚的形狀是不同的。這就是魚在數學骨架上的正確位置。

### 三、真的是魚磁磚嗎

由藝術表演可以知道經過數學原理形成的魚可以互相密合，其密合方式有三種，我們看看下面：

(1) 4隻不同的魚以鰭交會在一起的密合



(2) 4隻不同的魚以頭尾相接交會在一起的密合



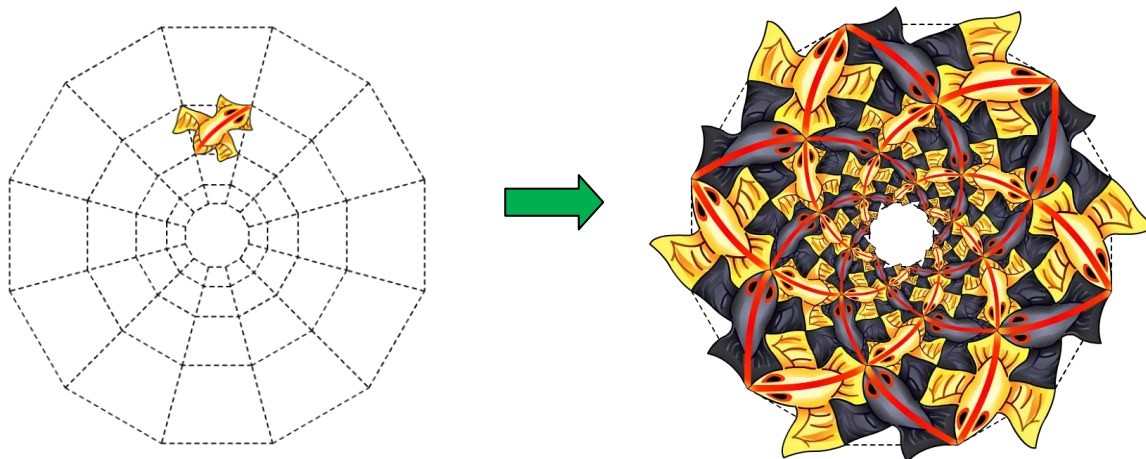
(3) 另外還有在最外圈，向外黃魚銜接向內黑魚的密合



以這三種密合方式與最外圈的銜接方式，就可以使魚磁磚密鋪在平面上了。

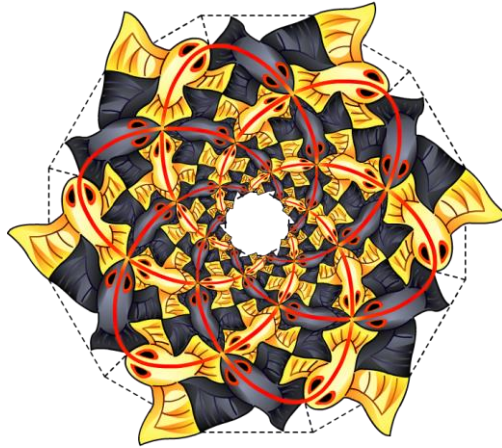
#### 四、生命之路Ⅲ的鑲嵌圖

透過了解魚在數學骨架上的正確位置及三種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出生命之路Ⅲ鑲嵌圖，左下圖是先將一隻黃魚放在數學骨架上的正確位置，其他的魚除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一縮放後按照密合方式密鋪。

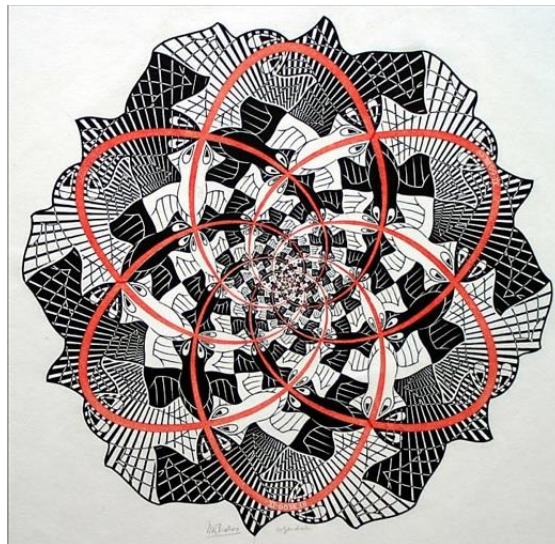


此外，為了讓最外圈向外游出的黃魚與向內游入的黑魚可以被平滑的連接，我們將最外圈的尖頭黃魚與黑魚再次變形，如所下圖所示：





關於艾薛爾的《生命之路Ⅲ》原圖，如下圖所示：



圖中兩種造型的白魚由中央的無限小誕生，向外循著六條順時針轉出的螺線游出，到了作品中的最外圍後，變形而銜接向內轉入的兩種造型的黑魚，再循著順時針轉入的螺線游入，回歸到無限小而消失。

### 生命之路Ⅲ回饋單

1. 仔細觀察第一幕等腰梯形數學骨架的組合，你在哪些地方看過類似的圖形呢？
2. 請你回想一下，影片中所有的魚有幾種不同形狀的外框？
 

<input type="checkbox"/> 1種	<input type="checkbox"/> 2種	<input type="checkbox"/> 3種	<input type="checkbox"/> 4種
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------	-----------------------------

3. 請你回想一下，最後的鑲嵌圖中總共有幾種不同形狀與顏色的魚呢？

4種       5種       6種

4. 仔細比較，下面黃黑兩隻魚的表面積是否一樣？

是       否       不一定



5. 請你回想一下，在影片中所有鑲嵌方法的組合，黃魚與黑魚都是不相鄰的。但仔細觀察下面兩隻不同形狀的黃魚，你是否能將牠們鑲嵌在一起？



6. 關於影片與本工作單的教材，你給予幾分(最多 10 分，最少 0 分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：