

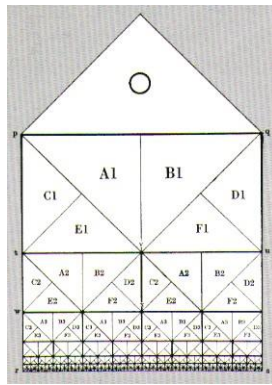
# 德魯斯插圖工作單

撰稿：蘇章瑋

引言：《德魯斯插圖》(Plate VI, Regelmatige valkverdeling)是荷蘭版畫家艾薛爾在1957年9月所作的一幅木製版畫，作品每隻蜥蜴的身體使用單一顏色—白色及黑色著色。影片中的封面圖是艾薛爾在1956年10月所創作的版畫《越來越小》(Smaller and Smaller)，如下圖一所示：



圖一



圖二



圖三

1957年艾薛爾為德魯斯藏書俱樂部寫了一本《週期性空間填充》(Periodic Space-Filling)，《德魯斯插圖》即為該書的一幅插圖。圖二則是分析此插圖的數學骨架，艾薛爾將每一個數學骨架化為一隻隻的蜥蜴。接著觀察圖一《越來越小》的四個角落，與圖二相互比較下，可以發現它們使用了同樣的結構。再看圖三所示的另一幅作品《E101 分裂》，它們的無窮密鋪到底差別在哪裡呢？讓我們來瞧瞧吧！

請在電腦上點選《E 德魯斯插圖.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

## 一、德魯斯插圖的數學與藝術

我們可以把德魯斯插圖的影片分成如下的四幕：

- 第一幕：影片由不等大小的等腰直角三角形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這等腰直角三角形正是其中每隻蜥蜴的數學骨架。
- 第二幕：將數學舞台的一個等腰直角三角形放大，從這等腰直角三角形剪下六小塊後，依數學原理的旋轉及縮放後貼到正確的位置，即裁貼出蜥蜴。
- 第三幕：將蜥蜴的外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度與大小將表演的蜥蜴們互相密合。
- 第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將一隻蜥蜴放到數學骨架上的正確位置後，再將其他不同大小的蜥蜴一隻一隻地放到其正確位置上，進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿就是所謂的鑲嵌或密鋪。

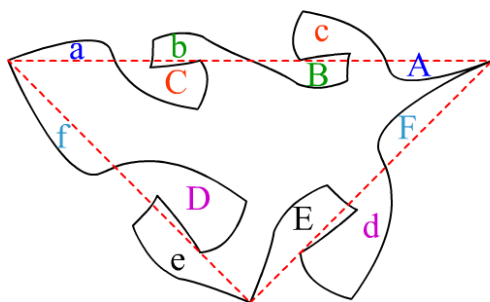
1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？  
 等腰直角三角形       正三角形       正方形
2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？  
 平移       旋轉       翻面       縮放
3. 影片中有幾種顏色的蜥蜴？

- 兩種     三種     四種  
 4. 鋪滿數學舞台的蜥蜴們有哪些特色？  
 不重疊     無空隙     外形都一樣大

## 二、如何從數學骨架裁貼出蜥蜴

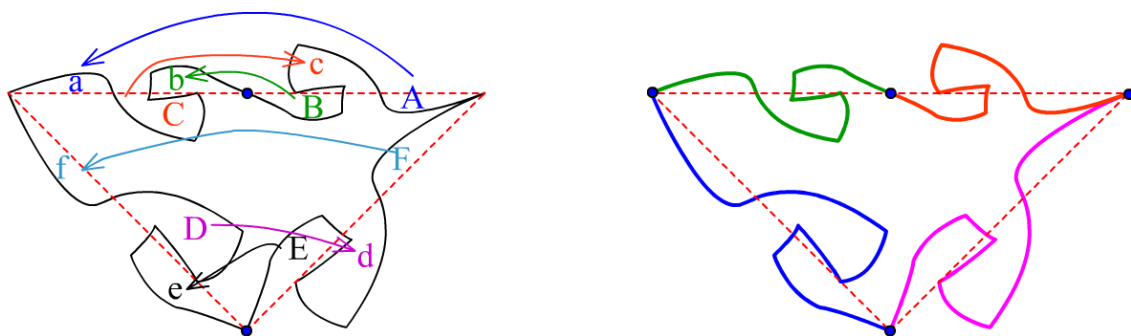
綜合下面兩個方式即可裁貼出蜥蜴，方式如下：

甲、將等腰直角三角形剪下六個小區塊 A, B, C, D, E, F，並將這六個小區塊經由旋轉後貼到正確的位置上，即  $A \rightarrow a$ ;  $B \rightarrow b$ ;  $C \rightarrow c$ ;  $D \rightarrow d$ ;  $E \rightarrow e$ ;  $F \rightarrow f$



乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的縮放與旋轉：

- (1)  $A \rightarrow a$ ：將 A 區塊以上方斜邊中點為中心旋轉到 a
- (2)  $B \rightarrow b$ ：將 B 區塊以上方斜邊中點為中心旋轉到 b
- (3)  $C \rightarrow c$ ：將 C 區塊以上方斜邊中點為中心旋轉到 c
- (4)  $D \rightarrow d$ ：將 D 區塊以下方直角頂點為中心旋轉到 d
- (5)  $E \rightarrow e$ ：將 E 區塊以下方直角頂點為中心旋轉到 e
- (6)  $F \rightarrow f$ ：將 F 區塊以下方直角頂點為中心旋轉到 f



裁貼出蜥蜴後可以發現：等腰直角三角形的其中三個頂點分別在蜥蜴的頭與尾巴、手肘。而左上圖的  $A \rightarrow a$  與  $F \rightarrow f$  的形狀是相似的，其裁貼旋轉的角度由 180 度改為 90 度，而  $B \rightarrow b$  與  $E \rightarrow e$ 、 $C \rightarrow c$  與  $D \rightarrow d$  也是如此。更甚，如右上圖將蜥蜴骨架三頂點與斜邊的中點劃分為四份後，將發現將發現這四份的線條是完全相似的。如此一來，我們將發現右上圖所劃分的四份，其實是同一份的伸縮、旋轉、翻面所造成的。這就是蜥蜴在數學骨架上的正確位置。

### 三、 真的是蜥蜴磁磚嗎

由藝術表演可以知道經過數學原理形成的蜥蜴可以互相密合，其密合方式要分為兩類，我們看看下面：

#### (1) 同樣大小的的蜥蜴之間密合



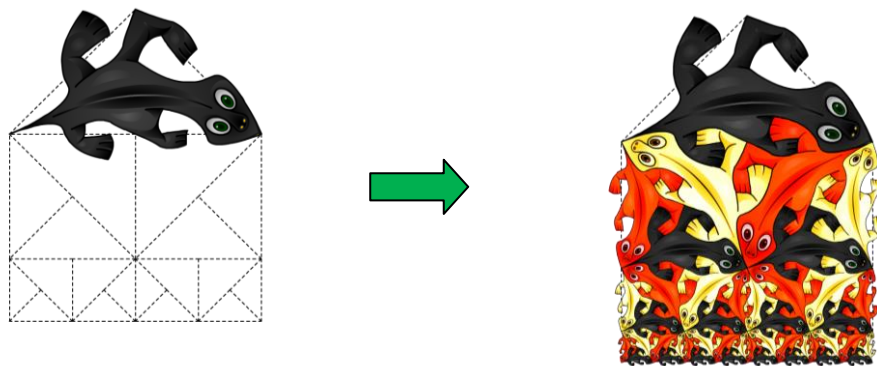
#### (2) 不等大小蜥蜴之間的密合



以這兩種密合方式，就可以將蜥蜴磁磚密鋪在平面上了。

### 四、 德魯斯插圖的鑲嵌圖

透過了解蜥蜴在數學骨架上的正確位置及兩種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出德魯斯插圖鑲嵌圖，左下圖是先將一隻大蜥蜴放在數學骨架上的正確位置，其他的蜥蜴除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一縮放、旋轉與翻面後按照密合方式密鋪。



關於艾薛爾的《德魯斯插圖》原圖，如下圖所示：



原圖中會發現艾薛爾所繪的每隻蜥蜴其實不盡相同，試想，若拿艾薛爾所繪的一隻蜥蜴來做伸縮、旋轉與翻面後，是否能完成彼此不互相重疊、無空隙、反覆且連續的密鋪呢？

另外，此圖所表現出來的是越往下方將會越小，那往左右兩側繼續密鋪的話，你將如何擺放？

### 德魯斯插圖回饋單

1. 請你回想一下，每一隻蜥蜴周遭圍繞著幾隻蜥蜴呢？

- 3 隻       4 隻       5 隻

2. 一隻蜥蜴的表面積與其數學骨架等腰直角三角形的面積是否一樣呢？

- 是       否       不一定

3. 仔細觀察下圖，要將上方的黑蜥蜴移動到下方紅蜥蜴的位置，還需要進行那些動作？

- 旋轉       放大       縮小       翻面



4. 仔細觀察下圖，有8隻蜥蜴接觸在同一個接點上，這裡面有幾種不同大小的蜥蜴呢？

- 1種       2種       3種       4種       5種



5. 影片中所排列的整體蜥蜴形狀是向下密鋪的結構，如下圖所示。其中只挑黑色來看，可以數出第一排1隻，第二排2隻，第三排4隻，第四排8隻，總共15隻黑色蜥蜴。改以紅色來看，你能數出幾隻紅色的蜥蜴呢？

12種       14種       15隻       16隻



6. 關於影片與本工作單的教材，你給予幾分(最多10分，最少0分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：