

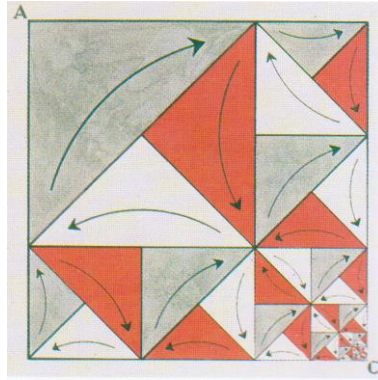
# 越來越小工作單

撰稿：蘇章瑋

引言：《越來越小》(Smaller and Smaller)是荷蘭版畫家艾薛爾在1956年10月所作的一幅木製版畫，作品每隻蜥蜴的身體使用單一顏色—白色、橘色及黑色著色。影片中的封面圖是艾薛爾在1957年6月所創作的版畫《德魯斯插圖》(Plate VI, Regelmatige valkverdeling)，如下圖一所示：



圖一



圖二



圖三

圖二為艾薛爾筆記中的一幅使用不等大小等腰直角三角形密鋪為一正方形的設計圖，將這幅設計圖與《德魯斯插圖》結合後，就完成《越來越小》的一個角落。圖三則是艾薛爾的版畫模型，由於最外一圈的大小是相同的，所以艾薛爾只要將這塊版子旋轉並重複印製四次，便能完成《越來越小》的最外圈，而接著往內部製作的話也是如此，只是需要再製作較小的版畫模型。現在讓我們來看看這幅向內越來越小的作品《越來越小》吧！

請在電腦上點選《E 越來越小.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

## 一、越來越小的數學與藝術

我們可以把越來越小的影片分成如下的四幕：

- 第一幕：影片由不等大小的等腰直角三角形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這等腰直角三角形正是其中每隻蜥蜴的數學骨架。
- 第二幕：將數學舞台的一個等腰直角三角形放大，從這等腰直角三角形剪下六小塊後，依數學原理的旋轉及縮放後貼到正確的位置，即裁貼出蜥蜴。
- 第三幕：將蜥蜴的外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度與大小將表演的蜥蜴們互相密合。
- 第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將一隻蜥蜴放到數學骨架上的正確位置後，再將其他不同大小的蜥蜴一隻一隻地放到其正確位置上，進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿就是所謂的鑲嵌或密鋪。

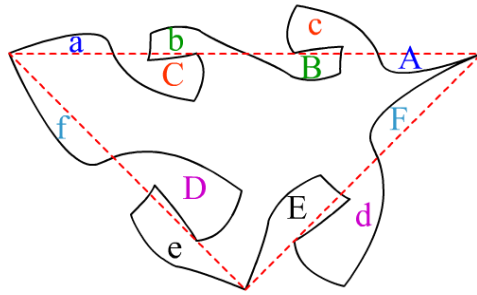
1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？  
 等腰直角三角形       正三角形       正方形
2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？  
 平移       旋轉       翻面       縮放
3. 影片中有幾種顏色的蜥蜴？

- 兩種     三種     四種  
 4. 鋪滿數學舞台的蜥蜴們有哪些特色？  
 不重疊     無空隙     外形都一樣大

## 二、如何從數學骨架裁貼出蜥蜴

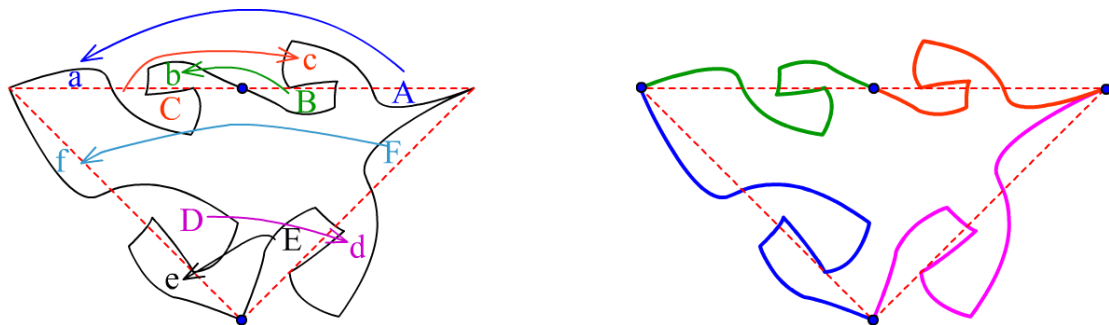
綜合下面兩個方式即可裁貼出蜥蜴，方式如下：

- 甲、將等腰直角三角形剪下六個小區塊 A, B, C, D, E, F，並將這六個小區塊經由旋轉後貼到正確的位置上，即  $A \rightarrow a$ ;  $B \rightarrow b$ ;  $C \rightarrow c$ ;  $D \rightarrow d$ ;  $E \rightarrow e$ ;  $F \rightarrow f$



乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的縮放與旋轉：

- (1)  $A \rightarrow a$ ：將 A 區塊以上方斜邊中點為中心旋轉到 a
- (2)  $B \rightarrow b$ ：將 B 區塊以上方斜邊中點為中心旋轉到 b
- (3)  $C \rightarrow c$ ：將 C 區塊以上方斜邊中點為中心旋轉到 c
- (4)  $D \rightarrow d$ ：將 D 區塊以下方直角頂點為中心旋轉到 d
- (5)  $E \rightarrow e$ ：將 E 區塊以下方直角頂點為中心旋轉到 e
- (6)  $F \rightarrow f$ ：將 F 區塊以下方直角頂點為中心旋轉到 f



裁貼出蜥蜴後可以發現：等腰直角三角形的其中三個頂點分別在蜥蜴的頭與尾巴、手肘。而左上圖的  $A \rightarrow a$  與  $F \rightarrow f$  的形狀是相似的，其裁貼旋轉的角度由 180 度改為 90 度，而  $B \rightarrow b$  與  $E \rightarrow e$ 、 $C \rightarrow c$  與  $D \rightarrow d$  也是如此。更甚，如右上圖將蜥蜴骨架三頂點與斜邊的中點劃分為四份後，將發現將發現這四份的線條是完全相似的。如此一來，我們將發現右上圖所劃分的四份，其實是同一份的伸縮、旋轉、翻面所造成的。這就是蜥蜴在數學骨架上的正確位置。

### 三、 真的是蜥蜴磁磚嗎

由藝術表演可以知道經過數學原理形成的蜥蜴可以互相密合，其密合方式要分為兩類，我們看看下面：

#### (1) 同樣大小的的蜥蜴之間密合



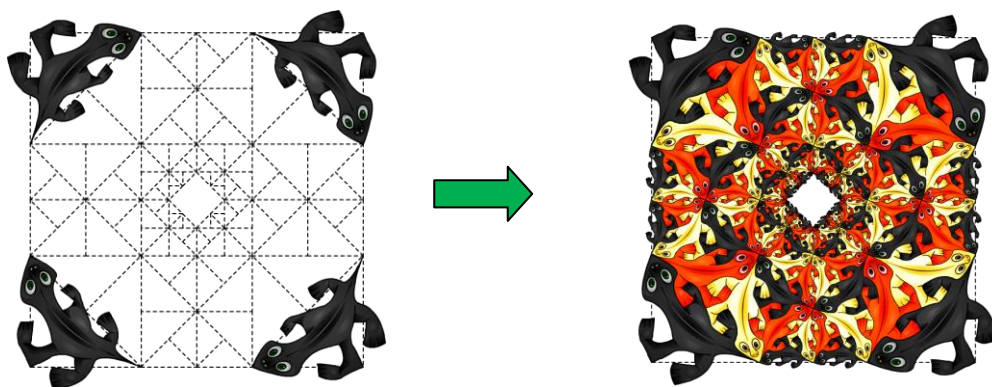
#### (2) 不等大小蜥蜴之間的密合



以這兩種密合方式，就可以將蜥蜴磁磚密鋪在平面上了。

### 四、 越來越小的鑲嵌圖

透過了解蜥蜴在數學骨架上的正確位置及兩種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出越來越小鑲嵌圖，左下圖是先將四隻大蜥蜴放在數學骨架上的正確位置，其他的蜥蜴除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一縮放、旋轉與翻面後按照密合方式密鋪。



關於艾薛爾的《越來越小》原圖，如下圖所示：



原圖中會發現艾薛爾將其密鋪成一個正方形的模式，若順著鉛直平分線跟水平平分線分為四塊，將發現它們是繞著中心旋轉90度的。但注意最外圍較小的8隻蜥蜴，好像有些違反了往中間越來越小的法則，這又是為什麼呢？

### 越來越小回饋單

- 請你回想一下，每一隻蜥蜴周遭圍繞著幾隻蜥蜴呢？  
 3種       4種       5隻
- 一隻蜥蜴的表面積與其數學骨架等腰直角三角形的面積是否一樣呢？  
 是       否       不一定
- 仔細觀察下圖，要將上方的黑蜥蜴移動到下方紅蜥蜴的位置，還需要進行那些動作？  
 旋轉       放大       縮小       翻面



- 仔細觀察下圖，有8隻蜥蜴接觸在同一個接點上，這裡面有幾種不同大小的蜥蜴呢？  
 1種       2種       3種       4種       5種



- 仔細觀察原圖。所有的黑蜥蜴是否剛好都8隻同樣大小且頭尾相連繞成一圈？  
 是       否



6. 關於影片與本工作單的教材，你給予幾分(最多10分，最少0分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：