

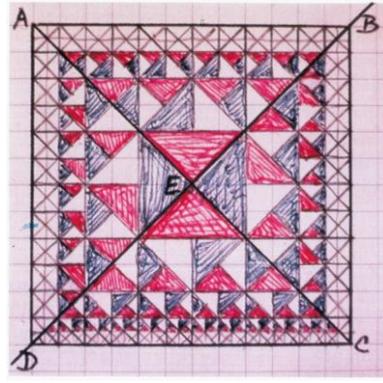
# 方極限工作單

撰稿：蘇章瑋

引言：《方極限》(Square Limit)是荷蘭版畫家艾薛爾在1964年4月所作的一幅木製版畫，作品每隻魚的身體使用單一顏色—白色(底色)、紅色及灰綠色著色。影片中的封面圖是艾薛爾在1964年2月所創作的作品《E119 魚》，如下圖一所示：



圖一



圖二

圖二為艾薛爾筆記中的一幅使用不等大小等腰直角三角形密鋪為一正方形的設計圖，將這幅設計圖與《E119 魚》結合後，就完成《方極限》。相較於另一幅作品《越來越小》，它們的差異就是在最外圈的『極限』表現方式。現在讓我們來看看這幅向外越來越小的《方極限》吧！

請在電腦上點選《E 方極限.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

## 一、方極限的數學與藝術

我們可以把分裂的影片分成如下的四幕：

- 第一幕：影片由不等大小的等腰直角三角形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這等腰直角三角形正是其中每隻魚的數學骨架。
- 第二幕：將數學舞台的一個等腰直角三角形放大，從這等腰直角三角形剪下四小塊後，依數學原理的旋轉後貼到正確的位置，即裁貼出魚。
- 第三幕：將魚的外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度與大小將表演的魚們互相密合。
- 第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將一隻魚放到數學骨架上的正確位置後，再將其他不同大小的魚一隻一隻地放到其正確位置上，進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿就是所謂的鑲嵌或密鋪。

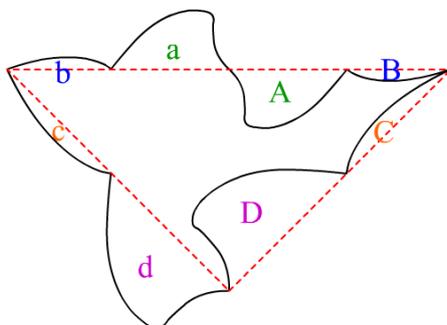
1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？  
 等腰直角三角形       正三角形       正方形
2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？  
 平移       旋轉       翻面       縮放
3. 影片中有幾種顏色的魚？  
 兩種       三種       四種
4. 鋪滿數學舞台的魚們有哪些特色？

不重疊  無空隙  外形都一樣大

## 二、如何從數學骨架裁貼出魚

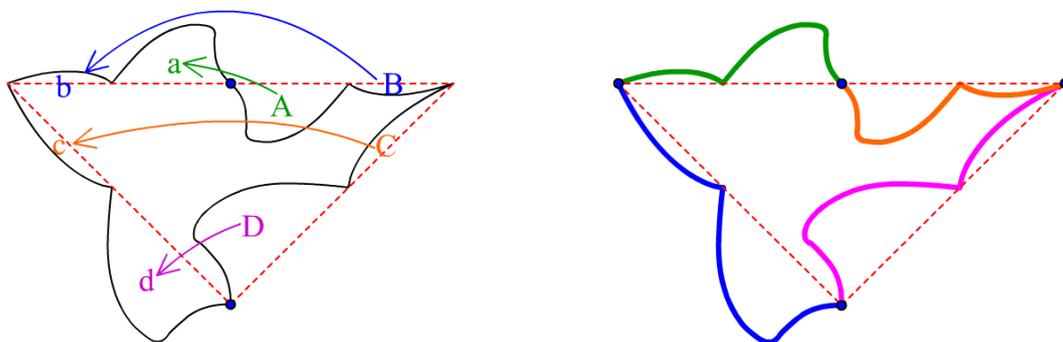
綜合下面兩個方式即可裁貼出魚，方式如下：

甲、將等腰直角三角形剪下四個小區塊 A, B, C, D，並將這四個小區塊經由旋轉後貼到正確的位置上，即  $A \rightarrow a$ ； $B \rightarrow b$ ； $C \rightarrow c$ ； $D \rightarrow d$



乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的縮放與旋轉：

- (1)  $A \rightarrow a$ ：將 A 區塊以上方斜邊中點為中心旋轉到 a
- (2)  $B \rightarrow b$ ：將 B 區塊以上方斜邊中點為中心旋轉到 b
- (3)  $C \rightarrow c$ ：將 C 區塊以下方直角頂點為中心旋轉到 c
- (4)  $D \rightarrow d$ ：將 D 區塊以下方直角頂點為中心旋轉到 d



裁貼出魚後可以發現：等腰直角三角形的其中三個頂點分別在魚的頭與尾巴、魚鰭。而左上圖的  $A \rightarrow a$  與  $D \rightarrow d$  的形狀是相似的，其裁貼旋轉的角度由  $180$  度改為  $90$  度，而  $B \rightarrow b$  與  $C \rightarrow c$  也是如此。更甚，如右上圖將魚骨架三頂點與斜邊的中點劃分為四份後，將發現將發現這四份的線條是完全相似的。如此一來，我們將發現右上圖所劃分的四份，其實是同一份的伸縮、旋轉、翻面所造成的。這就是魚在數學骨架上的正確位置。

## 三、真的是魚磁磚嗎

由藝術表演可以知道經過數學原理形成的魚可以互相密合，其密合方式要分為兩類，我們看看下面：

(1) 同樣大小的的魚之間密合



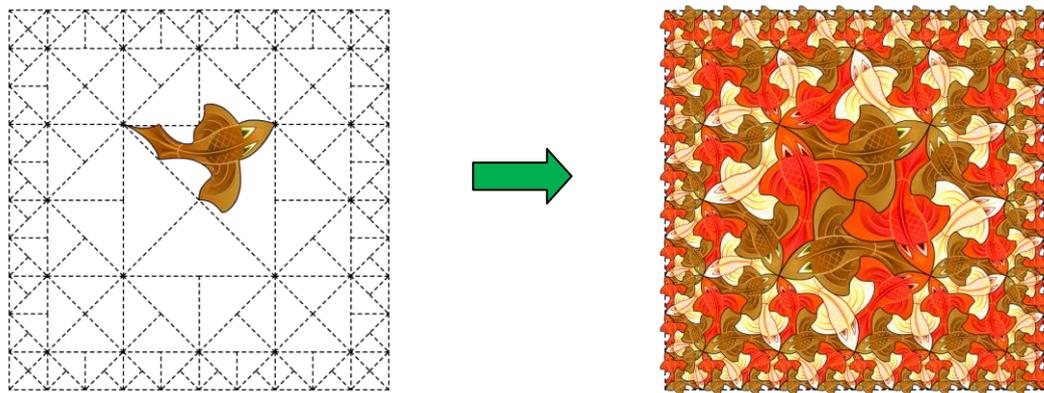
(2) 不等大小魚之間的密合



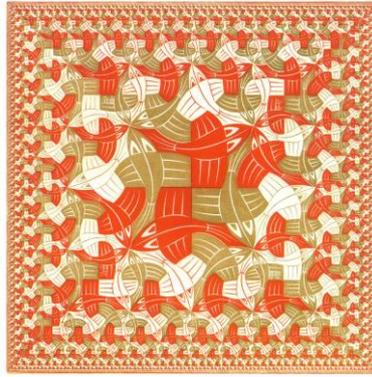
以這兩種密合方式，就可以將魚磁磚密鋪在平面上了。

#### 四、方極限的鑲嵌圖

透過了解魚在數學骨架上的正確位置及兩種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出方極限鑲嵌圖，左下圖是先將隻大魚放在數學骨架上的正確位置，其他的魚除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一縮放、旋轉與翻面後按照密合方式密鋪。



關於艾薛爾的《方極限》原圖，如下圖所示：



原圖中會發現艾薛爾將其密鋪成一個正方形的模式，若順著兩條對角線分為四塊，將發現它們是繞著中心旋轉90度而重複的。而這幅向外越來越小的方極限，是否代表這個正方形的大小是有『極限』的？

### 方極限回饋單

1. 請你回想一下，每一隻魚周遭圍繞著幾隻魚呢？

- 3種       4種       5隻

2. 一隻魚的表面積與其數學骨架等腰直角三角形的面積是否一樣呢？

- 是       否       不一定

3. 仔細觀察下圖，要將上方的土色魚移動到下方紅魚的位置，還需要進行那些動作？

- 旋轉       放大       縮小       翻面



4. 仔細觀察下圖，有8隻魚接觸在同一個接點上，這裡面有幾種不同大小的魚呢？

- 1種       2種       3種       4種       5種



5. 仔細觀察下圖。若最上面的大土色魚的表面積為1，請問下圖所有的魚的表面積為多少？

- $2\sqrt{2}$        4       6       8       11



6. 關於影片與本工作單的教材，你給予幾分(最多10分，最少0分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：