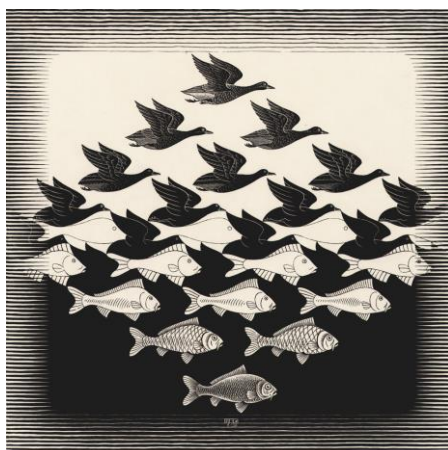


E115 魚與飛鳥工作單

撰稿：黃國書

引言：《E115 魚與飛鳥》是荷蘭版畫家艾薛爾在1963年3月繪製的一幅作品，作品中每隻魚與飛鳥的身體使用單一色調—深棕紅色及淺灰白色著色，主要繪畫工具為水墨及水彩。魚，鳥與蜥蜴是艾薛爾鑲嵌作品中經常出現、鑲嵌圖案上很重要的三種生物，而影片中的封面圖《天與水 I》為艾薛爾1938年6月以魚與飛鳥為主題的一幅版畫作品，如下圖所示：



《E115 魚與飛鳥》是艾薛爾應Carolina MacGillavry之請求所做的作品中，唯一一幅使用平移以及旋轉半圓的數學原理所完成的，而艾薛爾的理論筆記中也沒有記錄下這兩個主題的數學原理系統。在欣賞上圖中的作品時，即使在魚與飛鳥的圖形辨識上還有些不自然，但仍無法掩蓋結合數學原理的鑲嵌系統之美妙呈現。現在就讓我們趕快來看看《E115 魚與飛鳥》到底是如何形成與變化的吧！

請在電腦上點選《E115 魚與飛鳥.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

一、魚與飛鳥的數學與藝術

我們可以把魚與飛鳥的影片分成如下的四幕：

第一幕：影片由矩形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這矩形正是魚與飛鳥的數學骨架。

第二幕：將數學舞台的一個矩形放大，從這矩形剪下七小塊後，依數學原理的平移與旋轉貼到正確的位置，即裁貼出魚與飛鳥。

第三幕：將魚與飛鳥外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度將表演的魚與飛鳥們互相密合。

第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將魚與飛鳥一隻一隻放到數學骨架上的正確位置進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿就是所謂的鑲嵌或密鋪。

1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？

平行四邊形 正方形 矩形

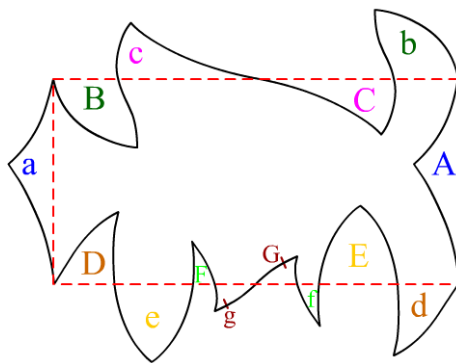
2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？

- 平移 旋轉 翻面 縮放
3. 影片中有幾種顏色的飛鳥？
- 一種 兩種 三種
4. 鋪滿數學舞台的魚與飛鳥們有哪些特色？
- 不重疊 無空隙 外形都一樣大

二、如何從數學骨架裁貼出魚與飛鳥

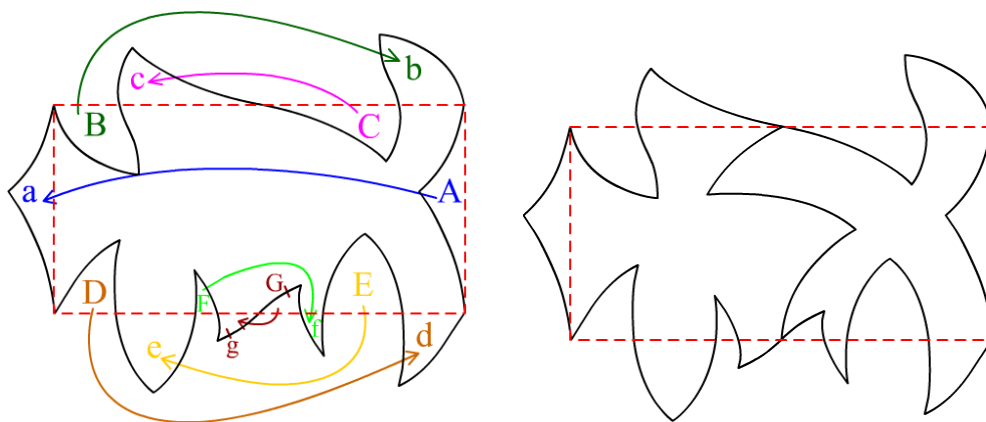
綜合下面兩個方式即可裁貼出魚與飛鳥，方式如下：

甲、將矩形剪下七個小區塊 A, B, C, D, E, F, G，並將這七個小區塊貼到正確的位置上，即 $A \rightarrow a$ ； $B \rightarrow b$ ； $C \rightarrow c$ ； $D \rightarrow d$ ； $E \rightarrow e$ ； $F \rightarrow f$ ； $G \rightarrow g$



乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的平移與旋轉：

- (1) $A \rightarrow a$ ：將 A 區塊向左平移到 a
- (2) $B \rightarrow b$ ：將 B 區塊以該邊中點為中心，旋轉180度到 b
- (3) $C \rightarrow c$ ：將 C 區塊以該邊中點為中心，旋轉180度到 c
- (4) $D \rightarrow d$ ：將 D 區塊以該邊中點為中心，旋轉180度到 d
- (5) $E \rightarrow e$ ：將 E 區塊以該邊中點為中心，旋轉180度到 e
- (6) $F \rightarrow f$ ：將 F 區塊以該邊中點為中心，旋轉180度到 f
- (7) $G \rightarrow g$ ：將 G 區塊以該邊中點為中心，旋轉180度到 g

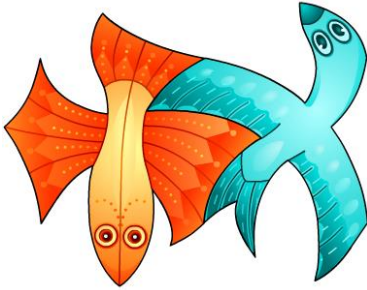


裁貼出魚與飛鳥後可以發現：矩形的四個頂點分別落在魚的右鰭上下端點、飛鳥的頭及右翅。這就是魚與飛鳥在數學骨架上的正確位置。

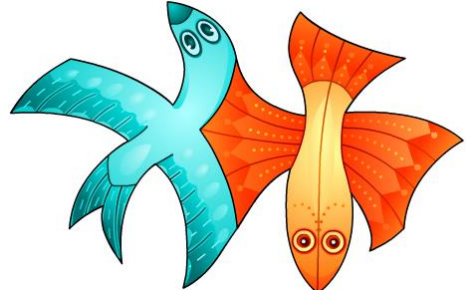
三、 真的是魚與飛鳥磁磚嗎

經由數學原理裁貼後的魚與飛鳥有什麼令人驚艷的地方呢？我們可以由第三幕的藝術表演觀察到經數學原理形成的魚與飛鳥可以彼此互相密合，而且有以下四種密合方式：

(1) 左、尾鰭與左、尾翅的相互密合



(2) 右鰭與頭、右翅的相互密合



(3) 魚鰭與鳥頭的相互密合



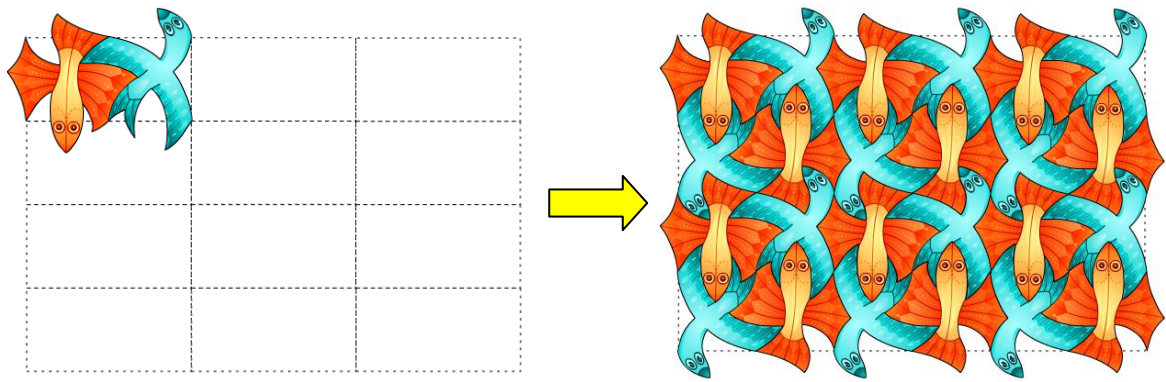
(4) 魚頭與鳥尾、翅的相互密合



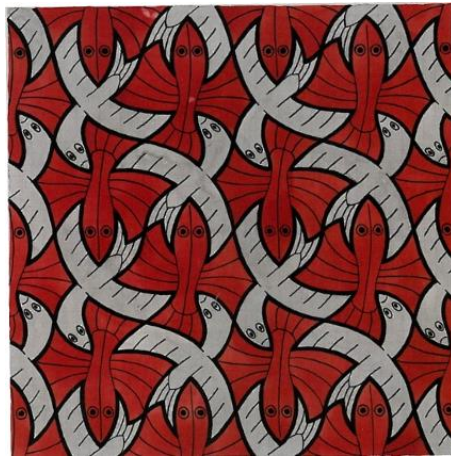
這種可以互相密合、無交疊且無空隙的魚與飛鳥圖案，我們稱之為魚與飛鳥磁磚。有了這四種密合方式後，就可以用將很多個魚與飛鳥磁磚密鋪在平面上了。

四、 魚與飛鳥的鑲嵌圖

透過了解魚與飛鳥在數學骨架上的正確位置及四種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出魚與飛鳥鑲嵌圖，左下圖是先將魚與飛鳥放在數學骨架上的正確位置，其他的魚與飛鳥除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一按照四種密合方式密鋪。



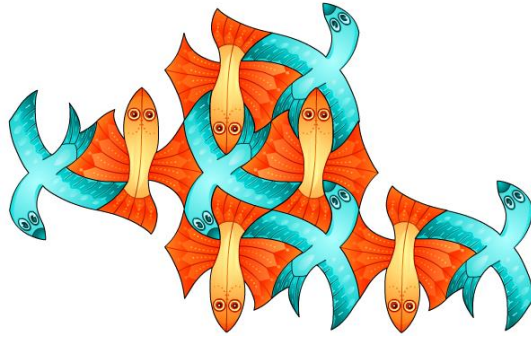
關於艾薛爾的《E115 魚與飛鳥》原圖，如下圖所示：



從圖中的鑲嵌方式可以較輕易地看出矩形數學骨架的部分，並且作品中也可以很清楚地看到兩種顏色交織的魚與飛鳥們，皆以上下相反且左右旋轉180度的方向呈現出魚與飛鳥鑲嵌密合的表演。

E115 魚與飛鳥回饋單

1. 仔細想想，你在哪個地方見過矩形磁磚鋪設的地板？
2. 請你回想一下，每一隻飛鳥周遭圍繞著幾隻魚呢？
 3 隻 4 隻 5 隻 6 隻
3. 魚與飛鳥的表面積與其數學骨架矩形的面積是否一樣呢？
 是 否 不一定
4. 下圖的魚與飛鳥們代表著有幾個矩形數學骨架？
 4 個 5 個 6 個 7 個



5. 在《E115 魚與飛鳥》的影片中，有幾種密合的方式？
 2種 3種 4種 5種

6. 右下圖為艾薛爾在原圖中提及的一幅作品《E097 牛頭犬》，這作品也利用了矩形當作數學骨架，請參考左下圖所畫的數學骨架，在右下圖畫出矩形的數學骨架，並用找到的數學骨架說明如何剪貼出牛頭犬。



7. 關於影片與本工作單的教材，你給予幾分(最多10分，最少0分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

又有何建議：