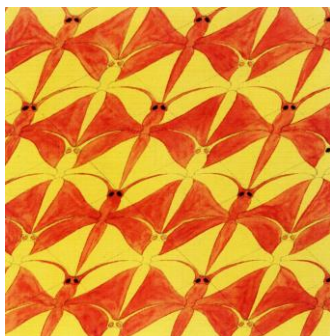


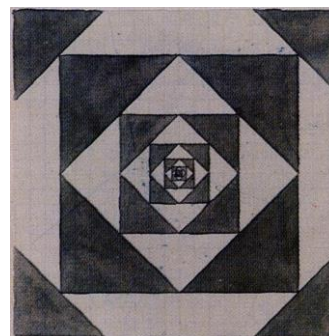
E065 蛾工作單

撰稿：蘇章瑋

引言：《E065 蛾》是荷蘭版畫家艾薛爾在1944年9月所作的一幅作品，作品每隻蛾的身體使用單一顏色—粉藍色及粉紅色著色，主要繪畫工具為彩色鉛筆、印度墨水及水彩。影片中的封面圖是艾薛爾在1941年7月所創作的《E038 蛾》，作品如下圖一所示：



圖一



圖二

一般來說，平面鑲嵌作品只會使用相同形狀與大小的圖形，以平移、旋轉或翻面三種方式完成密鋪。但圖二所示之艾薛爾工作筆記本中的圖稿，卻使用黑白相間，且大小不盡相同的等腰直角三角形來密鋪它的平面，讓我們不禁納悶，使用大小不同的相似圖形到底要怎麼鑲嵌呢？它們的大小比例為何？而我們真的能將這不規則的昆蟲圖形用同樣的方式來鑲嵌並且完全密鋪嗎？我們來欣賞這奇妙的變換方式吧！

請在電腦上點選《E065 蛾.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

一、蛾的數學與藝術

我們可以把蛾的影片分成如下的四幕：

第一幕：影片由不等大小的等腰直角三角形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這等腰直角三角形正是蛾的數學骨架。

第二幕：將數學舞台的一個等腰直角三角形放大，從這等腰直角三角形剪下六小塊後，依數學原理的旋轉及縮放後貼到正確的位置，即裁貼出蛾。

第三幕：將蛾的外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度將表演的蛾們互相密合。

第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將大小不同的蛾一隻一隻放到數學骨架上的正確位置進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿就是所謂的鑲嵌或密鋪。

1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？

等腰直角三角形 正三角形 正方形

2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？

平移 旋轉 翻面 縮放

3. 影片中有幾種顏色的蛾？

兩種 三種 四種

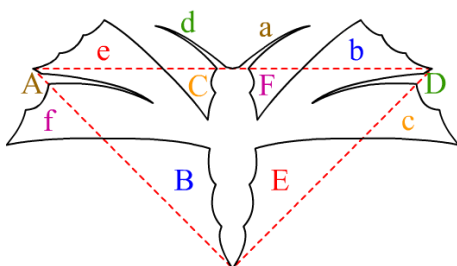
4. 鋪滿數學舞台的蛾們有哪些特色？

- 不重疊 無空隙 外形都一樣大

二、如何從數學骨架裁貼出蛾

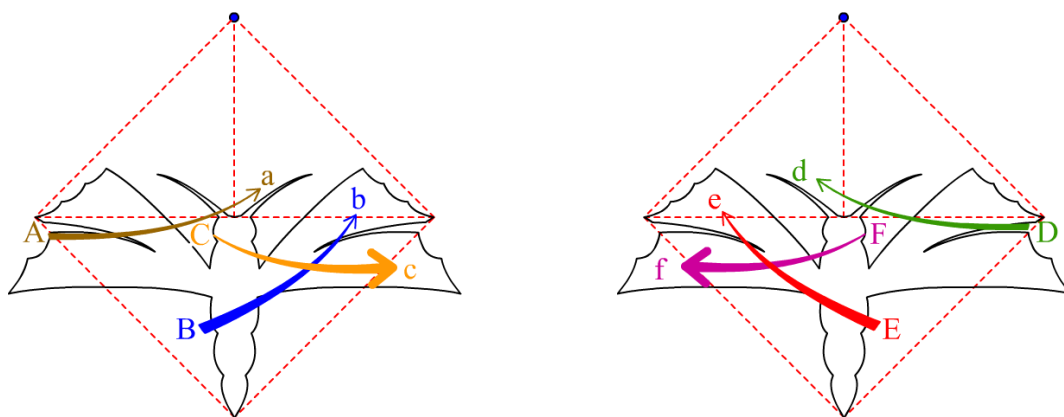
綜合下面兩個方式即可裁貼出蛾，方式如下：

甲、將等腰直角三角形剪下六個小區塊 A, B, C, D, E, F，並將這六個小區塊經由縮放後貼到正確的位置上，即 $A \rightarrow a$; $B \rightarrow b$; $C \rightarrow c$; $D \rightarrow d$; $E \rightarrow e$; $F \rightarrow f$



乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的縮放與旋轉：

- (1) $A \rightarrow a$ ：將 A 區塊以上方藍點為中心縮小 $\sqrt{2}$ 倍並旋轉到 a
- (2) $B \rightarrow b$ ：將 B 區塊以上方藍點為中心縮小 $\sqrt{2}$ 倍並旋轉到 b
- (3) $C \rightarrow c$ ：將 C 區塊以上方藍點為中心放大 $\sqrt{2}$ 倍並旋轉到 c
- (4) $D \rightarrow d$ ：將 D 區塊以上方藍點為中心縮小 $\sqrt{2}$ 倍並旋轉到 d
- (5) $E \rightarrow e$ ：將 E 區塊以上方藍點為中心縮小 $\sqrt{2}$ 倍並旋轉到 e
- (6) $F \rightarrow f$ ：將 F 區塊以上方藍點為中心放大 $\sqrt{2}$ 倍並旋轉到 f

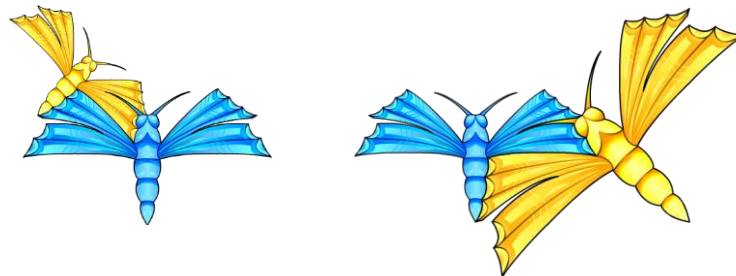


裁貼出蛾後可以發現：等腰直角三角形的其中三個頂點分別在蛾的尾巴及兩邊翅膀，斜邊的中點正好在蛾的頭頂，而且這是個左右對稱的圖形。這就是蛾在數學骨架上的正確位置。

三、真的是蛾磁磚嗎

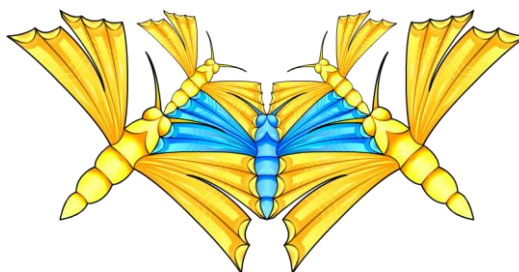
由藝術表演可以知道經過數學原理形成的蛾可以互相密合，其密合方式只有一種，我們看看下面兩圖：

(1) 比藍色小或大 $\sqrt{2}$ 倍的黃色密合



顯然，這兩張圖的密合方式是一致的。

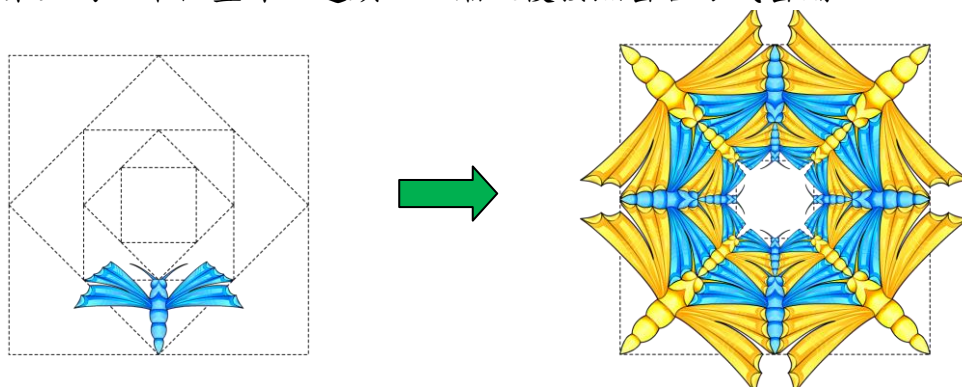
(2) 而整個圍繞起來的方式如下：



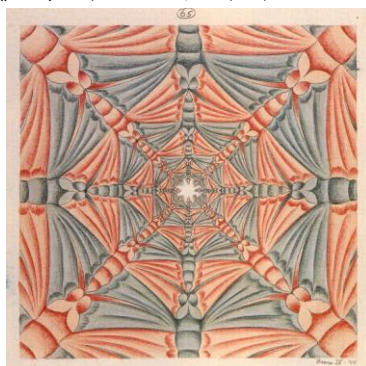
以這種密合方式，就可以將蛾磁磚密鋪在平面上了。

四、蛾的鑲嵌圖

透過了解蛾在數學骨架上的正確位置及一種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出蛾鑲嵌圖，左下圖是先將藍蛾放在數學骨架上的正確位置，其他的蛾除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一縮放後按照密合方式密鋪。



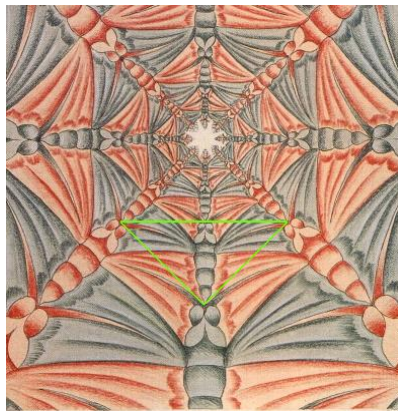
關於艾薛爾的《E065 蛾》原圖，如下圖所示：



數學骨架為等腰直角三角形的蛾，就這樣的以不同的大小鑲嵌著；往中間看，似乎是可以無窮無盡的延伸著，讓我們不禁思考著：當越往中間越小的同時，他們也越靠近著，那牠們到底會不會碰在一起呢？另外，這種構圖方式，是否一定只能限制於使用左右對稱的圖形呢？

E065 蛾回饋單

- 請你回想一下，每一隻蛾周遭圍繞著幾隻蛾呢？
 3 隻 4 隻 5 隻 6 隻
- 是否有相鄰的兩隻蛾的大小是一模一樣的呢？(只接觸於一點的不算)
 是 否
- 蛾的表面積與其數學骨架等腰直角三角形的面積是否一樣呢？
 是 否 不一定
- 所有不同大小的蛾之間，他們之間的面積比值可能出現下列哪些數字？
 $\sqrt{2}$ 2 3 4
- 右下圖為艾薛爾的《越來越小》(smaller and smaller)版畫的一部分，請參考左下圖所畫的數學骨架，在右下圖畫出其中一隻蜥蜴的等腰直角三角形數學骨架，並用找到的數學骨架說明如何剪貼出一隻蜥蜴。



6. 關於影片與本工作單的教材，你給予幾分(最多10分，最少0分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：