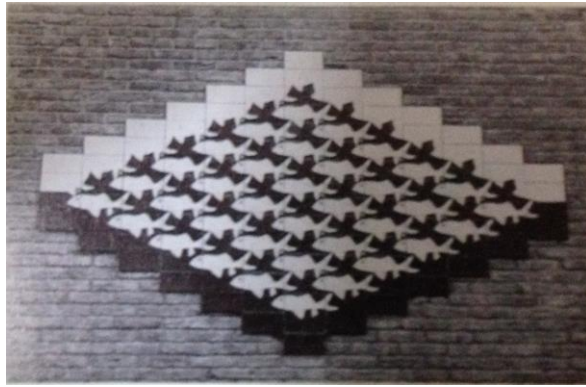


# E082 鳥與魚工作單

撰稿：李勁緯

引言：《E082 鳥與魚》是荷蘭版畫家艾薛爾在1951年2月所作的一幅作品，每隻鳥與魚的身體為單一顏色—灰色及白色，主要繪圖工具為墨水與水彩，而我們影片裡的封面圖是艾薛爾在1960年為一個在阿姆斯特丹的私人房子外觀所創作的牆壁磁磚裝飾，如下圖所示：



封面圖內的鳥與魚輪廓都是用正方形數學骨架演變而來拼貼成的。再仔細觀察可以發現，從左邊的第一個鳥與魚開始往右排拼貼時，為了能拼出完整的鳥與魚輪廓，圖案是沿著邊往右、再往上平移且移動距離剛好為正方形邊長的一半來排列出第2排的第一個鳥與魚，接著往下平移正方形邊長的距離後便完成第2排的兩個鳥與魚。按此類推，由第二排的第一個鳥與魚開始，往右拼出第3排的第一個鳥與魚，再往下平移出兩個鳥與魚，同理延伸出第4排有四個、第5排有五個、第6排有六個，之後開始遞減成第7排有五個、第8排有四個...一直到第11排只剩一個鳥與魚時就可以排出一個菱形形狀，最後裝飾上白色、黑色的長方形磁磚在外圍就如同我們封面圖的畫面了。這些鳥與魚是不是很可愛呢？現在就讓我們來看看《E082 鳥與魚》是如何誕生的吧！

請在電腦上點選《E082 鳥與魚.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

## 一、鳥與魚的數學與藝術

我們可以把鳥與魚的影片分成如下的四幕：

- 第一幕：影片由平行四邊形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這平行四邊形正是鳥與魚的數學骨架。
- 第二幕：將數學舞台的一個平行四邊形放大，從這平行四邊形剪下五小塊後，依數學原理的平移貼到正確的位置，即裁貼出鳥與魚。
- 第三幕：將鳥與魚外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度將表演的鳥與魚們互相密合。
- 第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，將鳥與魚一隻一隻放到數學骨架上的正確位置進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿稱作鑲嵌或密鋪。

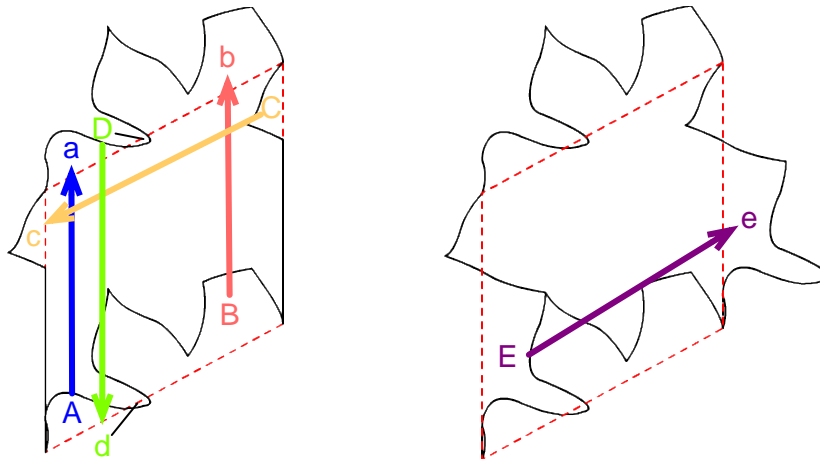
1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？  
 正方形       平行四邊形       矩形
2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？

- 平移       旋轉       翻面  
 3. 影片中有幾種顏色的鳥與魚？  
 兩種       三種       四種  
 4. 鋪滿數學舞台的鳥與魚們有哪些特色？  
 不重疊       無空隙       外形都一樣

## 二、如何從數學骨架裁貼出鳥與魚

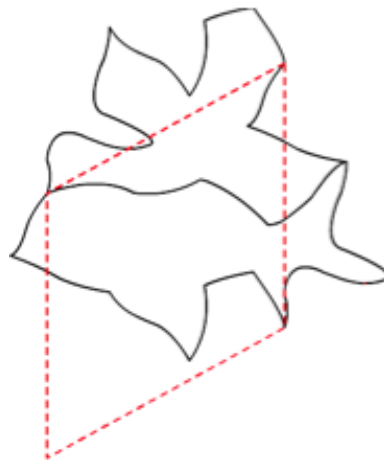
綜合下面兩個方式即可裁貼出鳥與魚，方式如下：

甲、將平行四邊形剪下五個小區塊 A, B, C, D, E, 並將這五個小區塊貼到正確的位置上，即  $A \rightarrow a$ ;  $B \rightarrow b$ ;  $C \rightarrow c$ ;  $D \rightarrow d$ ;  $E \rightarrow e$



乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的平移：

- (1)  $A \rightarrow a$  : 將 A 區塊往上平移到 a
- (2)  $B \rightarrow b$  : 將 B 區塊往上平移到 b
- (3)  $C \rightarrow c$  : 將 C 區塊往左平移到 c
- (4)  $D \rightarrow d$  : 將 D 區塊往下平移到 d
- (5)  $E \rightarrow e$  : 將 E 區塊往右平移到 e

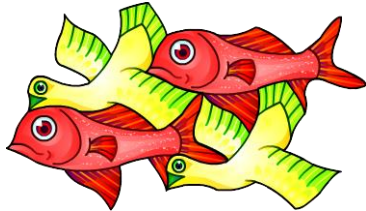


裁貼出鳥與魚後可以發現：平行四邊形的三個頂點分別在鳥的嘴巴和魚頭的交接處、鳥的翅膀與魚鰭，這就是鳥與魚在數學骨架上的正確位置。

### 三、 真的是鳥與魚磁磚嗎

經由數學原理裁貼後的鳥與魚有什麼令人驚艷的地方呢？我們可以由第三幕的藝術表演觀察到經數學原理形成的鳥與魚可以彼此互相密合，有以下一種密合方式：

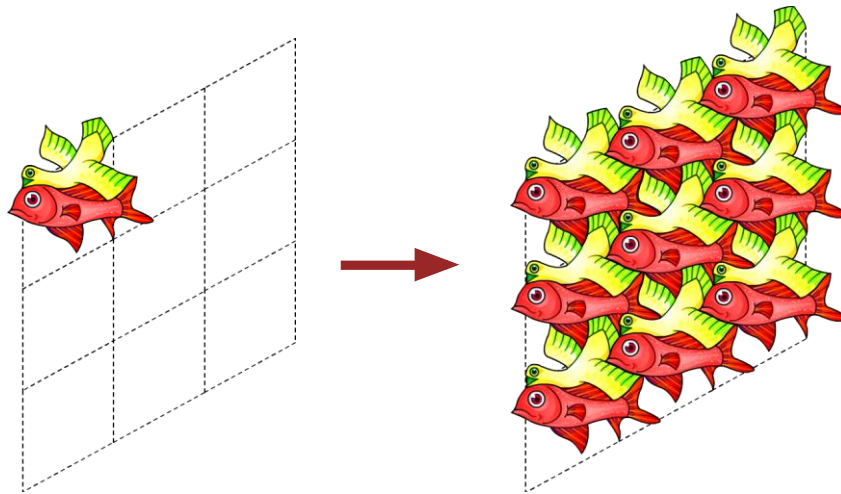
(1) 鳥尾巴對魚嘴及鳥翅膀對魚尾巴的密合



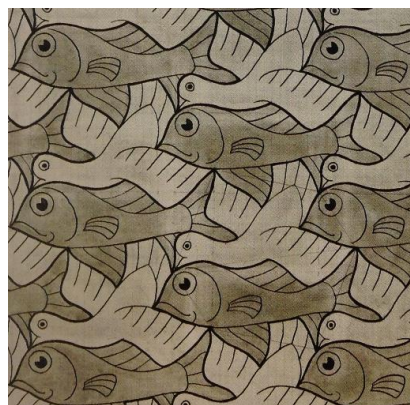
這種可以互相密合、無交疊且無空隙的鳥與魚圖案，我們稱之為鳥與魚磁磚。有了這一種密合方式後，就可以將很多個鳥與魚磁磚密鋪在平面上了。

### 四、 鳥與魚的鑲嵌圖

透過了解鳥與魚在數學骨架上的正確位置及一種密合方式後，即可在數學骨架上密鋪出鳥與魚鑲嵌圖，左下圖是先將鳥與魚放在數學骨架上的正確位置，其他的鳥與魚除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一按照一種密合方式密鋪。

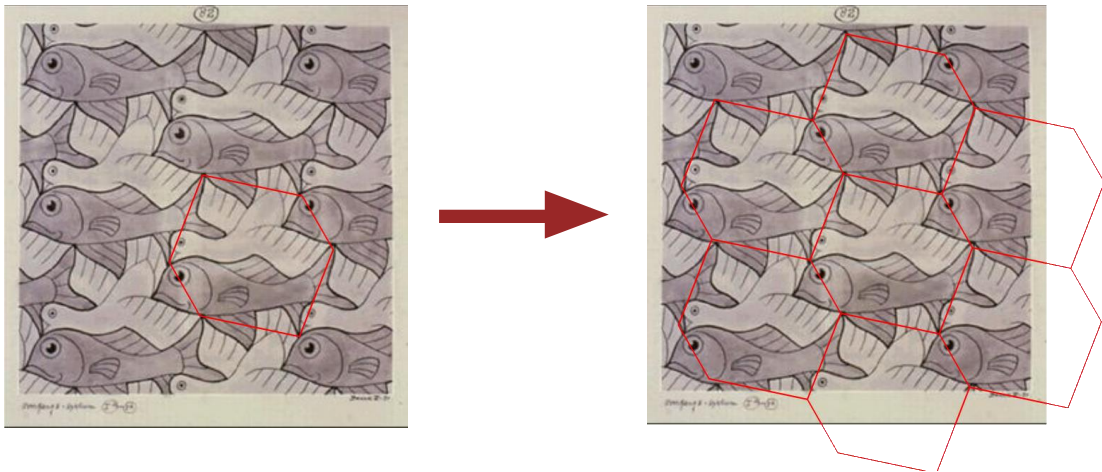


關於《E082 鳥與魚》原圖，如下圖所示：



如右下圖所示，艾薛爾在《E082 鳥與魚》作品上使用鉛筆描出一個六邊形，在這個六邊形中，有三組平行且等長的邊，要如何將此六邊形鋪滿平面呢？如左下

圖所示，只要將六邊形中兩個平行且等長的邊對齊即可，這個六邊形也是《E082 鳥與魚》的數學骨架，而我們在引言和影片中，《E082 鳥與魚》的數學骨架是正方形和平行四邊形。事實上，這三個多邊形有著相同的面積。



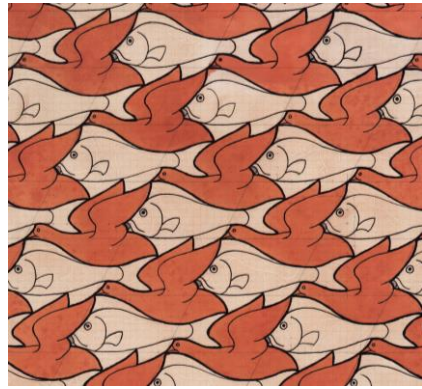
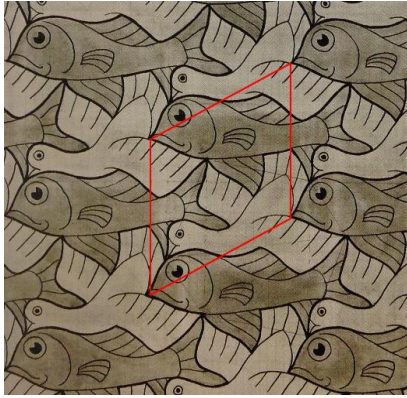
### E082 鳥與魚回饋單

1. 仔細想想，你在哪個地方見過平行四邊形磁磚鋪設的地板？
2. 請你回想一下，每一隻鳥周遭圍繞著幾隻魚呢？（相鄰才算，只交一點不算）
  - 2隻       3隻       4隻       5隻
3. 鳥與魚的表面積與其數學骨架平行四邊形的表面積是否一樣？
  - 是       否
4. 如下圖，左邊的鳥和右邊的鳥是什麼樣的關係呢？
  - 平移       旋轉       翻面



5. 右下圖為艾薛爾的另一幅作品《E022 鳥與魚》，這作品也利用了平行四邊形當作數學骨架，請參考左下圖所畫的數學骨架，在右下圖畫出正確的數學骨架，並用找到的數學骨架說明如何剪貼出鳥與魚。





6. 關於影片與本工作單的教材，你給予幾分(最多10分，最少0分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：