

蝴蝶工作單

撰稿：李欣樺

引言：《E079 蝴蝶》是荷蘭版畫家艾薛爾在1950年10月所創作的作品，以水彩創作，增添色彩的豐富性，主要由黃色、淡棕色及暗咖啡色三色組合。影片中的封面圖《蝴蝶》同為艾薛爾1950年所創作的作品，如下圖所示：



這幅《蝴蝶》是艾薛爾的黑白圓盤系列作品之一，《蝴蝶》的彩色版本則是為了公司的天花板而設計的，艾薛爾還在作品下附註了可以放大成直徑9公尺大小的比例尺。《蝴蝶》中一共包含了192隻蝴蝶，在精心設計安排的視覺效果之下，每隻蝴蝶在前側翅膀、後側翅膀和翅膀中的圓點都分別使用三種顏色，艾薛爾再利用紅、黃、藍、綠四種顏色巧妙營造八個重疊的圓，且每個圓的交角皆為直角，構築出一個絢爛的蝴蝶世界。讓我們一起來欣賞《E079 蝴蝶》的繽紛吧！

請在電腦上點選《E079 蝴蝶.exe》進入影片的首頁，並按左上角的Q版圖開始撥放。

一、蝴蝶的數學與藝術

我們可以把蝴蝶的影片分成如下的四幕：

第一幕：影片由鳶形鋪滿構成數學舞台拉開序幕，而這鳶形正是蝴蝶的數學骨架。

第二幕：將數學舞台的一個鳶形放大，從這鳶形剪下六小塊後，依數學原理的平移及旋轉貼到正確的位置，即裁貼出蝴蝶。

第三幕：將蝴蝶外框的內部著上顏色成為藝術品並進行藝術表演，表演過程依各種適當角度將表演的蝴蝶們互相密合。

第四幕：銜接第一幕的數學舞台並留下數學骨架的虛線邊，蝴蝶一隻隻飛進數學骨架上的正確位置進而鋪滿數學舞台，而這種不互相重疊、無空隙、反覆且連續的鋪滿稱作鑲嵌或密鋪。

1. 第一幕的數學骨架是哪一個多邊形呢？

正方形 鳶形 矩形

2. 第二幕裁貼的過程中，用到了哪些數學方法？

- 平移 旋轉 翻面

3. 影片中有幾種顏色的蝴蝶？

- 兩種 三種 四種

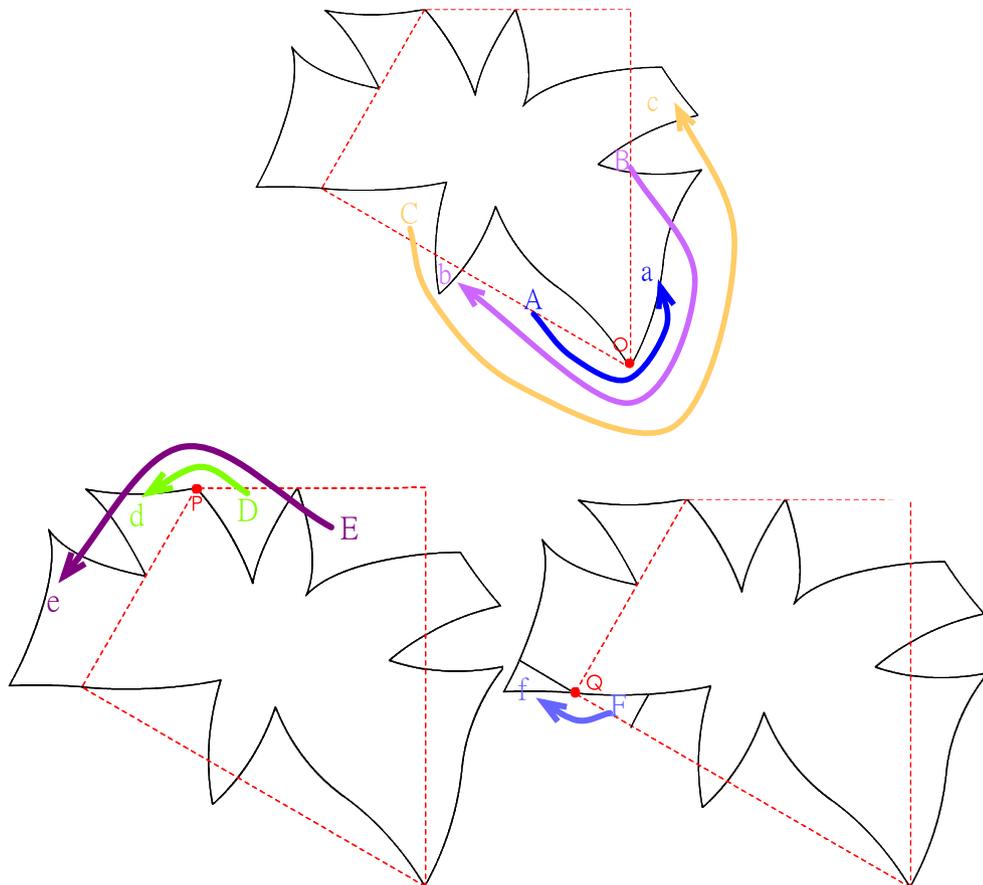
4. 鋪滿數學舞台的蝴蝶們有哪些特色？

- 不重疊 無空隙 外形都一樣

二、如何從數學骨架裁貼出蝴蝶

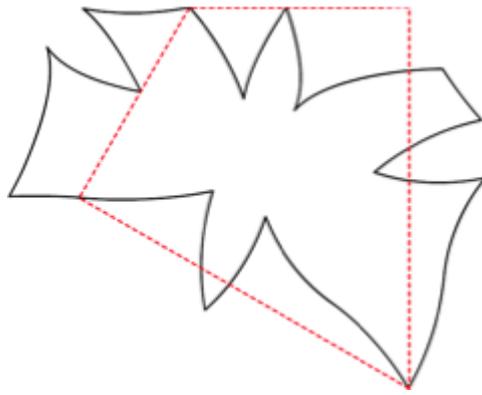
綜合下面兩個方式即可裁貼出蝴蝶，方式如下：

甲、將鳶形剪下六個小區塊 A, B, C, D, E, F，並將這六個小區塊貼到正確的位置上，即 $A \rightarrow a$ ； $B \rightarrow b$ ； $C \rightarrow c$ ； $D \rightarrow d$ ； $E \rightarrow e$ ； $F \rightarrow f$



乙、如何貼到正確的位置呢？我們根據數學原理的平移與旋轉：

- (1) $A \rightarrow a$ ：將 A 區塊以頂點 O 為旋轉點旋轉到 a
- (2) $B \rightarrow b$ ：將 B 區塊以頂點 O 為旋轉點旋轉到 b
- (3) $C \rightarrow c$ ：將 C 區塊以頂點 O 為旋轉點旋轉到 c
- (4) $D \rightarrow d$ ：將 D 區塊以頂點 P 為旋轉點旋轉到 d
- (5) $E \rightarrow e$ ：將 E 區塊以頂點 P 為旋轉點旋轉到 e
- (6) $F \rightarrow f$ ：將 F 區塊以頂點 Q 為旋轉點旋轉到 f



裁貼出蝴蝶後可以發現：鳶形的兩個頂點分別為蝴蝶的左前翅膀端點及右後翅膀端點，這就是蝴蝶在數學骨架上的正確位置。

三、真的是蝴蝶磁磚嗎

經由數學原理裁貼後的蝴蝶有什麼令人驚艷的地方呢？我們可以由第三幕的藝術表演觀察到經數學原理形成的蝴蝶可以彼此互相密合，而且有以下三種密合方式：

(1) 頭與翅膀的密合



(2) 尾巴與翅膀的密合



(3) 翅膀的密合



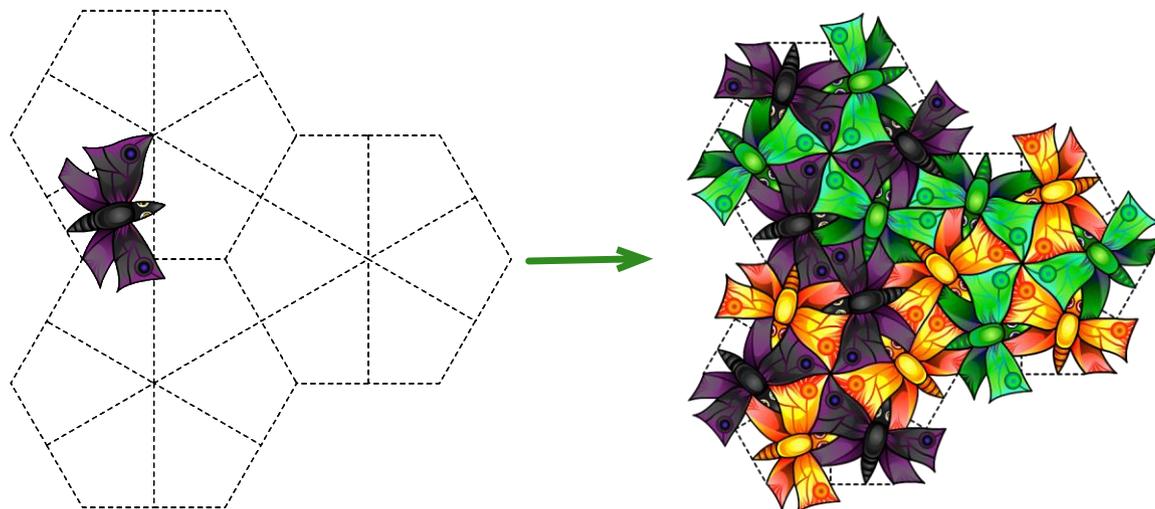
這種可以互相密合、無交疊且無空隙的蝴蝶圖案，我們稱之為蝴蝶磁磚。有了這三種密合方式後，就可以用這三種方式將很多個蝴蝶磁磚密鋪在平面上了。

四、蝴蝶的鑲嵌圖

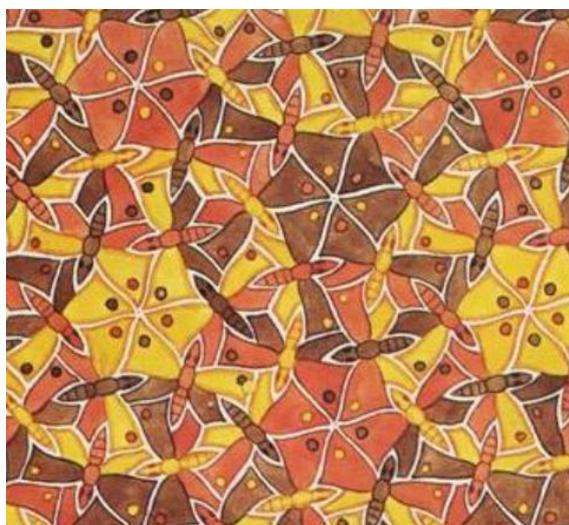
甲、蝴蝶鑲嵌圖

透過了解蝴蝶在數學骨架上的正確位置及三種密合方式後，即可在數學骨架

上密鋪出蝴蝶鑲嵌圖，左下圖是先將蝴蝶放在數學骨架上的正確位置，其他的蝴蝶除了要放在數學骨架上的正確位置外，還須一一按照兩種密合方式密鋪。



關於艾薛爾的《E079 蝴蝶》原圖，如下圖所示：



這幅作品與《E070 蝴蝶》有異曲同工之妙，然而在視覺的感受上更加強烈及深刻。每隻蝴蝶分別在前後翅膀及身體上有三種顏色，由這三種顏色交織成各種變化，視覺效果令人驚艷。

乙、蝴蝶拼圖遊戲

看到這裡是否對蝴蝶鑲嵌有了更進一步的了解，下面是為大家精心準備好玩且有趣的蝴蝶拼圖遊戲，請再仔細觀察蝴蝶鑲嵌圖的排列方式，遊戲開始囉！

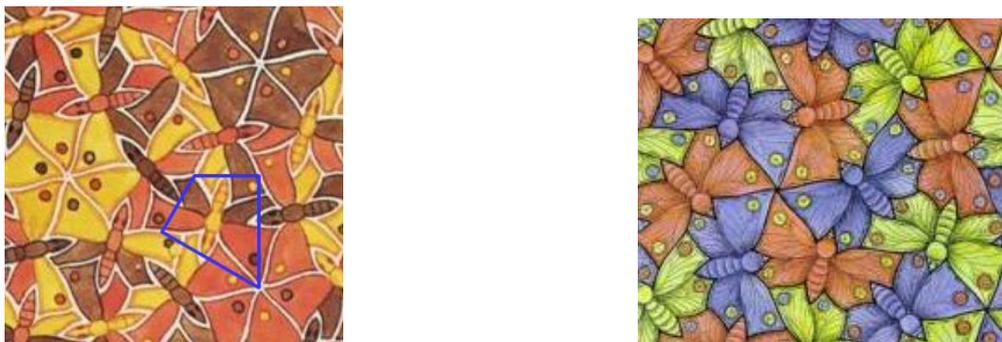
請在電腦上點選《E079 蝴蝶拼圖.exe》進入拼圖的首頁，
並按左上角的Q版圖開始遊戲。

E079 蝴蝶回饋單

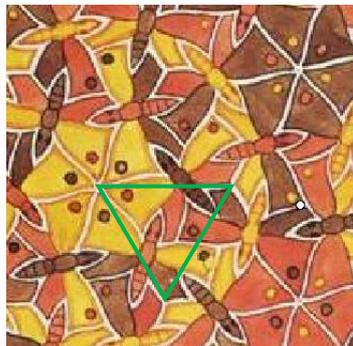
1. 請你回想一下，每一隻蝴蝶周遭圍繞著幾隻蝴蝶呢？（相鄰才算，只接觸一點不算）
 5隻 6隻 7隻 8隻
2. 蝴蝶的表面積與其數學骨架為形的面積是否一樣？
 是 否
3. 請參考右下圖並判斷左下圖的右邊蝴蝶是左邊蝴蝶旋轉幾度後的結果呢？



4. 右下圖為艾薛爾在《E070 蝴蝶》中提及的一幅作品，所以這兩幅畫的蝴蝶有著相同的密鋪方式，請參考左下圖所畫的數學骨架，在右下圖畫出為形的數學骨架，並用找到的數學骨架說明如何剪貼出蝴蝶。



5. (1)原圖中的綠色三角形是什麼三角形呢？是否也為蝴蝶的數學骨架呢？



- (2)請參考上圖所畫的數學骨架，在下圖畫出相同形狀的數學骨架，並用找到的數學骨架說明如何剪貼出蝴蝶。



6. 關於影片(含拼圖遊戲)與本工作單的教材，你給予幾分(最多10分，最少0分)

10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

又有何建議：